

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a e b , enunciare il teorema di Bézout e dimostrarlo nel caso particolare di $a = 4152$ e $b = 375$ attraverso la determinazione del $\text{MCD}(4152, 375)$.
- 2) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica e dimostrare solo l'esistenza.
- 3) Introdurre la costruzione dei numeri interi relativi \mathbb{Z} , dando per noto l'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} munito delle operazioni di somma e prodotto. Introdurre quindi somma e prodotto in \mathbb{Z} elencando le loro proprietà. In particolare, mettere in evidenza quali nuove proprietà sono verificate in \mathbb{Z} rispetto a \mathbb{N} .
- 4) Sia $p(x, y)$ la proprietà "lo studente x ha sostenuto l'esame y ". Utilizzando i simboli matematici \forall, \exists, \neg ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:
 - a) uno studente ha sostenuto tutti gli esami
 - b) c'è un esame che nessuno studente ha sostenuto
 - c) uno studente ha sostenuto un solo esame
 - d) tutti gli studenti hanno sostenuto lo stesso esame
 - e) ogni studente ha sostenuto un esame
- 5) Si considerino i numeri $15/7, 7/3, 31/15$. Metterli in ordine crescente e determinare un numero razionale compreso strettamente fra i primi due della disposizione.
- 6) Fornire la definizione di relazione di equivalenza e di relazione d'ordine su un insieme X corredando ciascuna definizione con un esempio opportunamente giustificato.
- 7) Calcolare $0, \overline{113} + 0,12$ convertendo dapprima i due numeri in frazioni equivalenti. Esprimere infine il risultato sotto forma di allineamento decimale.