

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) La scrittura posizionale dei numeri naturali: enunciare il teorema di decomposizione in una base qualunque. Convertire il numero $[1202]_{10}$ dapprima in base 5 e poi in base 12.
- 2) Enunciare e dimostrare la proprietà di Euclide (riguarda un numero primo che divide un prodotto).
- 3) Si consideri la proprietà $P(n)$ seguente:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$$

- (a) Scrivere $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$ e $P(n + 1)$.
 - (b) Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $P(n)$.
- 4) Siano
- $$q_1 = \frac{1}{35241}, \quad q_2 = \frac{1}{5728}$$
- Senza fare calcoli, stabilire se l'allineamento decimale di ciascuno dei numeri precedenti è finito, infinito e periodico oppure infinito e non periodico. Giustificare le proprie affermazioni. *Facoltativo: rispondere alla stessa domanda per $q_3 = \frac{1}{5^7 + 2}$.*

- 5) Sia \mathcal{R} la relazione su \mathbb{N} definita come segue: $n\mathcal{R}m$ se e solo se la divisione di n e m per 4 fornisce lo stesso resto. Mostrare che \mathcal{R} è una relazione di equivalenza.
- 6) Fornire la definizione di insieme numerabile e mostrare che \mathbb{Z} (interi) e \mathbb{Q} (razionali) sono numerabili (è accettata anche una rappresentazione grafica).
- 7) Si considerino $x = 0,13$ e $y = 1,2$ e $z = xy$ (prodotto).
 - (a) Senza fare calcoli, è possibile rispondere alle seguenti domande: z sarà più grande o più piccolo di x ? sarà più grande o più piccolo di y ? Fornire quindi una stima approssimata del valore di z giustificando le proprie affermazioni (“secondo me il valore di z sarà circa perché....”)
 - (b) convertendo dapprima x e y in frazioni equivalenti, calcolare z e fornirne l'espressione come allineamento decimale confrontando con la stima data precedentemente.