

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

- 1) La scrittura posizionale dei numeri naturali: enunciare il teorema di decomposizione in una base qualunque. Convertire il numero  $[1202]_{10}$  dapprima in base 5 e poi in base 12.
- 2) Enunciare e dimostrare la proprietà di Euclide (riguarda un numero primo che divide un prodotto).
- 3) Si consideri la proprietà  $P(n)$  seguente:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$$

- (a) Scrivere  $P(0)$ ,  $P(1)$ ,  $P(2)$  e  $P(n + 1)$ .
  - (b) Dimostrare per induzione che per ogni  $n \in \mathbb{N}$  si ha  $P(n)$ .
- 4) Siano
- $$q_1 = \frac{1}{35241}, \quad q_2 = \frac{1}{5728}$$
- Senza fare calcoli, stabilire se l'allineamento decimale di ciascuno dei numeri precedenti è finito, infinito e periodico oppure infinito e non periodico. Giustificare le proprie affermazioni. *Facoltativo: rispondere alla stessa domanda per  $q_3 = \frac{1}{5^7 + 2}$ .*

- 5) Sia  $\mathcal{R}$  la relazione su  $\mathbb{N}$  definita come segue:  $n\mathcal{R}m$  se e solo se la divisione di  $n$  e  $m$  per 4 fornisce lo stesso resto. Mostrare che  $\mathcal{R}$  è una relazione di equivalenza.
- 6) Fornire la definizione di insieme numerabile e mostrare che  $\mathbb{Z}$  (interi) e  $\mathbb{Q}$  (razionali) sono numerabili (è accettata anche una rappresentazione grafica).
- 7) Si considerino  $x = 0,13$  e  $y = 1,2$  e  $z = xy$  (prodotto).
  - (a) Senza fare calcoli, è possibile rispondere alle seguenti domande:  $z$  sarà più grande o più piccolo di  $x$ ? sarà più grande o più piccolo di  $y$ ? Fornire quindi una stima approssimata del valore di  $z$  giustificando le proprie affermazioni (“secondo me il valore di  $z$  sarà circa .... perché....”)
  - (b) convertendo dapprima  $x$  e  $y$  in frazioni equivalenti, calcolare  $z$  e fornirne l'espressione come allineamento decimale confrontando con la stima data precedentemente.