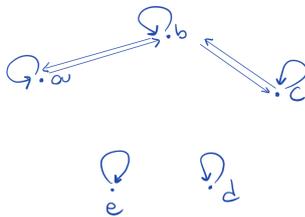


Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

- 1) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Il numero 1 è un numero primo? Argomentare opportunamente la propria risposta.
- 2) Sia  $E$  un insieme.
  - (a) Fornire la definizione di relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva su  $E$ .
  - (b) Data la relazione su  $E = \{a, b, c, d, e\}$  definita tramite il diagramma sagittale in figura, stabilire se si tratta di una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica o transitiva giustificando opportunamente le proprie affermazioni.



- 3) Fornire la definizione di somma e di prodotto di numeri naturali secondo la presentazione assiomatica di Peano. Utilizzando il principio di induzione, mostrare che la definizione di somma sopra richiamata permette di determinare la somma  $n + m$  per ogni coppia  $n$  e  $m$  numeri naturali.
- 4) Enunciare e dimostrare la proprietà di Euclide.
- 5) Dato un numero  $q = \frac{a}{b}$  con  $a \in \mathbb{Z}$  e  $b \in \mathbb{N}$ ,  $b \neq 0$ , è possibile determinare *a priori* se l'allineamento decimale di  $q$  sarà finito, infinito periodico oppure infinito non periodico? Giustificare quanto più possibile le proprie affermazioni.  
Siano ora  $q_1 = \frac{153}{38}$  e  $q_2 = \frac{753}{75}$ .
  - (a) Decomporre 153 e 38 in fattori primi. Dedurre quindi dalla fattorizzazione ottenuta e dall'argomento precedente, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di  $q_1$  è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.
  - (b) Ridurre  $q_2$  ai minimi termini e determinare, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di  $q_2$  è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.
- 6) Sia  $p(b, c)$  la proprietà "il bambino  $b$  ha svolto il compito  $c$ ". Utilizzando i simboli matematici  $\forall, \exists, !$  ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:
  - a) un bambino ha svolto tutti i compiti
  - b) nessun bambino ha svolto tutti i compiti
  - c) un compito è stato svolto da un unico bambino
  - d) ogni bambino ha svolto due compiti
  - e) un bambino non ha svolto compiti
- 7) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base  $b$  qualunque. Scrivere i numeri  $n = [315]_{10}$  e  $m = [133]_{10}$  in base 12 (utilizzando i simboli  $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B$ ). Sommarli in base 12 e successivamente verificare il calcolo scrivendo il risultato ottenuto in base 10 e sommando  $m$  e  $n$  direttamente in base 10.