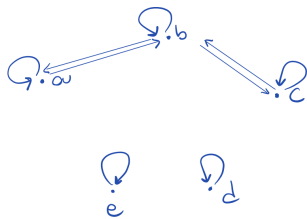


Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Il numero 1 è un numero primo? Argomentare opportunamente la propria risposta.
- 2) Sia E un insieme.
 - (a) Fornire la definizione di relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva su E .
 - (b) Data la relazione su $E = \{a, b, c, d, e\}$ definita tramite il diagramma sagittale in figura, stabilire se si tratta di una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica o transitiva giustificando opportunamente le proprie affermazioni.



- 3) Fornire la definizione di somma e di prodotto di numeri naturali secondo la presentazione assiomatica di Peano. Utilizzando il principio di induzione, mostrare che la definizione di somma sopra richiamata permette di determinare la somma $n + m$ per ogni coppia n e m numeri naturali.
- 4) Enunciare e dimostrare la proprietà di Euclide.
- 5) Dato un numero $q = \frac{a}{b}$ con $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, è possibile determinare *a priori* se l'allineamento decimale di q sarà finito, infinito periodico oppure infinito non periodico? Giustificare quanto più possibile le proprie affermazioni.
Siano ora $q_1 = \frac{153}{38}$ e $q_2 = \frac{753}{75}$.
 - (a) Decomporre 153 e 38 in fattori primi. Dedurre quindi dalla fattorizzazione ottenuta e dall'argomento precedente, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di q_1 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.
 - (b) Ridurre q_2 ai minimi termini e determinare, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di q_2 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.
- 6) Sia $p(b, c)$ la proprietà "il bambino b ha svolto il compito c ". Utilizzando i simboli matematici $\forall, \exists, !$ ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:
 - a) un bambino ha svolto tutti i compiti
 - b) nessun bambino ha svolto tutti i compiti
 - c) un compito è stato svolto da un unico bambino
 - d) ogni bambino ha svolto due compiti
 - e) un bambino non ha svolto compiti
- 7) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base b qualunque. Scrivere i numeri $n = [315]_{10}$ e $m = [133]_{10}$ in base 12 (utilizzando i simboli $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B$). Sommarli in base 12 e successivamente verificare il calcolo scrivendo il risultato ottenuto in base 10 e sommando m e n direttamente in base 10.