

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.
- 2) Siano A e B insiemi.
 - (a) Fornire la definizione di corrispondenza da A a B e di relazione su A .
 - (b) Fornire la definizione di relazione d'ordine su A e fornirne un esempio, opportunamente giustificato.
 - (c) Fornire la definizione di relazione di equivalenza su A e fornirne un esempio, opportunamente giustificato.
- 3) Sia $P(n)$ la proprietà seguente, con $n \in \mathbb{N}$:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

- (a) Scrivere esplicitamente $P(1)$, $P(2)$ e $P(n + 1)$.
 - (b) Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$ la proprietà $P(n)$ è vera.
- 4) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore di due numeri naturali a e b (denotato $\text{MCD}(a, b)$). Enunciare il teorema di Bézout. Sfruttando opportunamente il teorema di Bézout, dedurre che se un numero naturale d è un divisore comune di a e b , allora è anche un divisore di $\text{MCD}(a, b)$.
- 5) Siano $x = 0, \overline{152}$, $y_1 = 0, 1$ e $y_2 = 3, 3$. Siano poi $z_1 = x : y_1$ e $z_2 = x \cdot y_2$.
 - (a) Senza fare calcoli, possiamo dire se x sarà più grande o più piccolo di z_1 ? Sarà più grande o più piccolo di z_2 ?
 - (b) Convertire x , y_1 e y_2 in frazioni. Calcolare z_1 e z_2 utilizzando l'espressione dei numeri sotto forma di frazione e solo alla fine convertire z_1 e z_2 in allineamenti decimali.
 - (c) Le previsioni fatte precedentemente sono rispettate?
- 6) Sia $p(x, y)$ la proprietà "il gatto x ha rincorso il topo y ". Utilizzando i quantificatori matematici \forall , \exists , ! ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:
 - a) tutti i gatti hanno rincorso un topo
 - b) un topo non è stato rincorso da alcun gatto
 - c) un singolo gatto ha rincorso tutti i topi.

Scrivere poi in italiano la negazione della seconda frase (un topo non è stato rincorso da alcun gatto) e scrivere infine la stessa negazione utilizzando i quantificatori.

- 7) Convertire $[2181]_{10}$ in base 13 (utilizzare i simboli 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C). Sommare il risultato con $[141]_{13}$ (senza ripassare dalla base 10) e convertire infine il risultato in base 10.