

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a e b , enunciare il teorema di Bézout e dimostrarlo nel caso particolare di $a = 2730$ e $b = 221$ attraverso la determinazione del $\text{MCD}(2730, 221)$.
- 2) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.
- 3) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Calcolare poi $[351]_6 + [255]_6$ dapprima direttamente in base 6 e poi verificare il proprio risultato trasformando tutti i numeri in base 10 ed eseguendo la somma in base 10.
- 4) (a) Sia E un insieme. Fornire la definizione di relazione su E , di relazione riflessiva su E , di relazione simmetrica su E , di relazione antisimmetrica su E e di relazione transitiva su E .
(b) Sia ora $E = \{a, b, c\}$. Disegnare un diagramma sagittale che rappresenti una relazione riflessiva su E , uno per una relazione simmetrica, uno per una relazione antisimmetrica e uno per una relazione transitiva.
- 5) Fornire la definizione di somma e di prodotto di numeri naturali secondo la presentazione assiomatica di Peano. Utilizzando il principio di induzione, mostrare che la definizione di somma sopra richiamata permette di determinare la somma $n + m$ per ogni coppia n e m numeri naturali.
- 6) Siano n, m numeri naturali e sia $p(n, m)$ la proprietà “ n divide m ” (o in altre parole “ n è un divisore di m ”). Utilizzando i simboli matematici $\forall, \exists, !$ ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti (senza curarsi della loro validità).
 - a) ogni numero n divide ogni numero m .
 - b) esiste un numero m che non ha divisori.
 - c) esiste un numero n che non divide alcun altro numero oltre a se stesso.
 - d) esiste un numero m che ha esattamente due divisori.
 - e) tutti i numeri n dividono lo stesso numero m .
- 7) Siano $x = 8, \bar{3}$, $y = 0,2625$ e $z = xy$.
 - a) Convertire x e y in frazioni equivalenti, dettagliando il procedimento seguito. Calcolare z come prodotto fra frazioni e infine trasformare z in allineamento decimale.
 - b) Spiegare perché si poteva stabilire *a priori* se l'allineamento decimale di z sarebbe stato finito, infinito periodico o infinito non periodico, sulla base dell'espressione di z in forma di frazione.