

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a a b , enunciare il teorema di Bézout e dimostrarlo nel caso particolare di $a = 753$ e $b = 1032$ attraverso la determinazione di $\text{MCD}(753, 1032)$.
- 2) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'unicità.
- 3) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque.
- 4) Fornire la definizione di insieme numerabile. Gli insiemi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} (*facoltativo* \mathbb{R}) sono numerabili? Giustificare quanto possibile (eventualmente anche con un argomento grafico) le proprie affermazioni.
- 5) (a) Siano X e Y due insiemi. Fornire la definizione di corrispondenza da X a Y e di relazione su X .
(b) Sia ora $X = \{\text{Angelo}, \text{Bianca}, \text{Cloe}, \text{Diana}, \text{Enrico}\}$ e si consideri la relazione \mathcal{R} seguente: per x e y in X si ha $x\mathcal{R}y$ se e solo se x è più giovane o ha la stessa età di y . Le date di nascita dei cinque ragazzi sono le seguenti: Angelo ed Enrico sono nati nel 2002, Bianca nel 2000, Cloe nel 2003 e Diana nel 2004. Disegnare un diagramma sagittale che rappresenti la relazione \mathcal{R} . Stabilire, motivando adeguatamente le proprie affermazioni, se si tratta di una relazione di equivalenza, d'ordine o nessuna delle due.
- 6) Fornire la definizione di proprietà e di proposizione. Data poi la proprietà $p(x, y)$ seguente "l'uomo x ha visitato la località y ", utilizzando i simboli matematici \forall , \exists , $!$ ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:
 - a) ogni uomo ha visitato qualche località;
 - b) tutti gli uomini hanno visitato la stessa località;
 - c) nessuno ha visitato una certa località;
 - d) un uomo non ha visitato alcuna località.

Scrivere poi in italiano e in simboli matematici la negazione della terza frase precedente.

- 7) Siano $q_1 = 2,4$ e $q_2 = 0,41\bar{6}$.
 - a) Convertire q_1 e q_2 in frazioni equivalenti, dettagliando il procedimento seguito.
 - b) Calcolare poi $p = q_1 \cdot q_2$ e $r = q_1 - q_2$ e infine trasformare p e r in allineamento decimale. I risultati ottenuti sono plausibili? Giustificare le proprie affermazioni.