

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) a) Dimostrare che non esiste alcun numero razionale q tale che $q^2 = 2$.
b) Fornire la definizione di grandezze commensurabili e incommensurabili e dedurre dal punto precedente che la diagonale del quadrato è incommensurabile con il lato.
- 2) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.
- 3) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a e b , enunciare il teorema di Bézout e dimostrarlo nel caso particolare di $a = 3315$ e $b = 728$ attraverso la determinazione di $\text{MCD}(3315, 728)$.
- 4) Sia f un fiore e c un colore e si consideri la frase $p(f, c)$ seguente: il fiore f ha il colore c sui suoi petali.
 - (a) Stabilire se $p(f, c)$ è una proprietà o una proposizione, giustificando le proprie affermazioni.
 - (b) Scrivere in (buon) italiano le frasi seguenti:
 - i) $\forall f \exists! c$ tale che $p(f, c)$;
 - ii) $\exists! c$ tale che $\forall f$ si ha $p(f, c)$.
 - (c) Scrivere, utilizzando i simboli matematici, la frase seguente: qualche fiore ha i petali di un solo colore.
- 5) Siano $q_1 = \frac{55}{275}$ e $q_2 = 2,3\overline{71}$.
 - (a) Ridurre q_1 ai minimi termini.
 - (b) Eseguire, con calcolo rigoroso le operazioni $p_1 = q_1 \times q_2$ e $p_2 = q_2 - q_1$, fornendo i risultati come allineamenti decimali. I risultati ottenuti sono plausibili?
- 6) Si consideri l'insieme X degli studenti iscritti a SFP e la relazione \mathcal{R} seguente su X : se x e y sono due studenti si ha $x\mathcal{R}y$ se il numero di matricola di x ha una cifra in comune con il numero di matricola di y . Stabilire, giustificando opportunamente le proprie affermazioni, quali tra le proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva sono verificate dalla relazione \mathcal{R} e dedurre se la relazione è di equivalenza, d'ordine oppure nessuna delle due.
- 7) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque.