

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare con precisione e dimostrare il teorema “proprietà di Euclide”.
- 2) Enunciare il teorema fondamentale dell’aritmetica. Dimostrare solo l’unicità. Il numero 1 è un numero primo? Argomentare adeguatamente le proprie affermazioni.
- 3) Sia X l’insieme delle città seguenti: Milano, Torino, Verona, Pisa, Lucca, Pesaro e Arezzo. Semplificando, diciamo che Milano ha un milione e mezzo di abitanti, Torino novecentomila, Verona duecentocinquantamila, Pisa centomila, Lucca, Pesaro e Arezzo novantamila. Definiamo la relazione \mathcal{R} su X nel modo seguente: per x e y in X poniamo $x\mathcal{R}y$ se x e y hanno lo stesso numero di abitanti. Stabilire se \mathcal{R} è una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e se è una relazione d’ordine, di equivalenza o nessuna delle due. Argomentare adeguatamente le proprie affermazioni.

4) Siano

$$q_1 = 0,5, \quad q_2 = \frac{14}{27}, \quad q_3 = 0,4\bar{9}, \quad q_4 = \frac{13}{25}.$$

Trasformare ogni numero nell’equivalente frazione ridotta ai minimi termini e disporre **le frazioni** così ottenute in ordine crescente, giustificando adeguatamente la propria disposizione.

- 5) (a) Sia $p(n, k)$ la proprietà “ n divide k ”. Scrivere le proposizioni seguenti utilizzando i quantificatori \forall, \exists e le parole “tali che”, “tale che”, “con la proprietà”...
 - i) Esiste un numero naturale n che divide due diversi numeri naturali k_1 e k_2 e non ne divide alcun altro.
 - ii) Esiste un numero naturale n che divide ogni numero naturale k .
 - iii) Ogni numero naturale n divide uno stesso determinato numero naturale k .
- (b) Scrivere la proposizione seguente in italiano corretto:

$$\text{per ogni } n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \text{ si ha } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- 6) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base b qualunque. Scrivere i numeri $n = [1346]_{10}$ e $m = [27]_{10}$ in base 7. Sommarli in base 7 e successivamente verificare il calcolo scrivendo il risultato ottenuto in base 10 e sommando m e n direttamente in base 10.
- 7) Fornire la definizione di grandezze incommensurabili. Fornire un esempio di grandezze incommensurabili (non è richiesta alcuna dimostrazione).