

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

- 1) Fornire la definizione di somma e di prodotto in  $\mathbb{N}$  secondo la teoria assiomatica di Peano. Ricordare le principali proprietà di queste due operazioni (non si richiedono i nomi ma la loro descrizione) e sottolineare quali di queste proprietà sono valide anche in  $\mathbb{Z}$  e quali no, e perché.
- 2) Fornire la definizione di numero primo. Dimostrare che i numeri primi sono infiniti.
- 3) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base  $b$  qualunque. Convertire  $[3257]_{10}$  in base 11 utilizzando i simboli 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A. Sommare al risultato  $[A9]_{11}$ . Ripetere poi il calcolo della somma in base 10 e verificare che i risultati ottenuti sono uguali.
- 4) Fornire la definizione di relazione di equivalenza e di relazione d'ordine su un insieme  $X$ . Fornire un esempio di relazione d'ordine e uno di relazione di equivalenza, giustificando precisamente le proprie affermazioni.
- 5) Sia  $P(n)$  la proprietà seguente:  $n^3 > 1 + n$ . Mostrare per induzione che la proprietà  $P(n)$  è vera per ogni  $n \geq 2$ .
- 6) (a) Fornire la definizione di proprietà e di proposizione.  
(b) Data la proprietà  $p(n, k)$  seguente "il numero  $n$  è multiplo del numero  $k$ ", utilizzando i simboli matematici  $\forall, \exists, !$  scrivere le proposizioni seguenti (si richiede di non usare  $\#$ ).
  - a) ogni numero  $n$  è multiplo di un qualche numero  $k$ ;
  - b) esiste un numero  $n$  che è multiplo di ogni numero  $k$ ;
  - c) tutti i numeri  $n$  sono multipli di uno stesso numero  $k$ ;
  - d) esiste un numero  $n$  che non è multiplo di alcun numero  $k$ .(c) Scrivere in simboli matematici la negazione della terza frase precedente.
- 7) Siano  $q_1 = \frac{125}{36}$  e  $q_2 = \frac{251}{125}$ .
  - a) Senza fare divisioni, stabilire se  $q_1$  e  $q_2$  corrispondono ad allineamenti decimali finiti, infiniti periodici o infiniti non periodici, giustificando adeguatamente le proprie affermazioni.
  - b) Calcolare poi  $p = q_1 \cdot q_2$  ed infine trasformare  $p$  in allineamento decimale. L'ordine di grandezza del risultato ottenuto è plausibile? Giustificare le proprie affermazioni.