

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.
- 2) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a e b ed enunciare il teorema di Bézout. Utilizzando l'algoritmo delle divisioni successive per calcolare $\text{MCD}(6916, 2205)$, ricavare l'uguaglianza

$$7 = 22 \cdot 6916 - 69 \cdot 2205$$

- 3) Fornire la definizione di corrispondenza fra due insiemi X e Y e di relazione su un insieme X . Sia ora X un insieme non vuoto e sia $\mathcal{P}(X)$ l'insieme dei sottoinsiemi di X . Sia poi \mathcal{R} la relazione seguente su $\mathcal{P}(X)$: $Z\mathcal{R}W$ se $Z \subseteq W$, con Z, W in $\mathcal{P}(X)$. Mostrare che \mathcal{R} è una relazione d'ordine. È una relazione d'ordine totale o parziale? Giustificare adeguatamente tutte le proprie affermazioni.
- 4) Dimostrare che \mathbb{Q} (l'insieme dei numeri razionali) è denso.
- 5) Siano $q_1 = 4,\bar{9}$ e $q_2 = 5,1$. Sono corretti i calcoli $q_1 + q_2 = 10,1$ e $q_1 \cdot q_2 = 25,5$? Argomentare esaurientemente le proprie affermazioni. Sia poi $q_3 = 3,5\bar{1}$. Calcolare $q_3 : q_1$ come allineamento decimale.
- 6) Sia data la proposizione "se una serie converge, allora è limitata". Basandosi esclusivamente sulla proposizione precedente (di cui non è necessario comprendere il significato), discutere le seguenti affermazioni
 - (a) "la serie converge" è condizione necessaria per "la serie è limitata"?
 - (b) "la serie converge" è condizione sufficiente per "la serie è limitata"?
 - (c) "la serie è limitata" è condizione necessaria per "la serie converge"?
 - (d) "la serie è limitata" è condizione sufficiente per "la serie converge"?
 - (e) se la serie non è limitata, cosa posso dedurre?
 - (f) se la serie non converge, cosa posso dedurre?
- 7) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base b qualunque. Convertire $[35]_{10}$ in base 3, sommare poi $[212]_3$ e verificare il proprio calcolo ripassando alla base 10.