

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

- 1) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.
- 2) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali  $a$  e  $b$  ed enunciare il teorema di Bézout. Utilizzando l'algoritmo delle divisioni successive per calcolare  $\text{MCD}(6916, 2205)$ , ricavare l'uguaglianza

$$7 = 22 \cdot 6916 - 69 \cdot 2205$$

- 3) Fornire la definizione di corrispondenza fra due insiemi  $X$  e  $Y$  e di relazione su un insieme  $X$ . Sia ora  $X$  un insieme non vuoto e sia  $\mathcal{P}(X)$  l'insieme dei sottoinsiemi di  $X$ . Sia poi  $\mathcal{R}$  la relazione seguente su  $\mathcal{P}(X)$ :  $Z\mathcal{R}W$  se  $Z \subseteq W$ , con  $Z, W$  in  $\mathcal{P}(X)$ . Mostrare che  $\mathcal{R}$  è una relazione d'ordine. È una relazione d'ordine totale o parziale? Giustificare adeguatamente tutte le proprie affermazioni.
- 4) Dimostrare che  $\mathbb{Q}$  (l'insieme dei numeri razionali) è denso.
- 5) Siano  $q_1 = 4,\bar{9}$  e  $q_2 = 5,1$ . Sono corretti i calcoli  $q_1 + q_2 = 10,1$  e  $q_1 \cdot q_2 = 25,5$ ? Argomentare esaurientemente le proprie affermazioni. Sia poi  $q_3 = 3,5\bar{1}$ . Calcolare  $q_3 : q_1$  come allineamento decimale.
- 6) Sia data la proposizione "se una serie converge, allora è limitata". Basandosi esclusivamente sulla proposizione precedente (di cui non è necessario comprendere il significato), discutere le seguenti affermazioni
  - (a) "la serie converge" è condizione necessaria per "la serie è limitata"?
  - (b) "la serie converge" è condizione sufficiente per "la serie è limitata"?
  - (c) "la serie è limitata" è condizione necessaria per "la serie converge"?
  - (d) "la serie è limitata" è condizione sufficiente per "la serie converge"?
  - (e) se la serie non è limitata, cosa posso dedurre?
  - (f) se la serie non converge, cosa posso dedurre?
- 7) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base  $b$  qualunque. Convertire  $[35]_{10}$  in base 3, sommare poi  $[212]_3$  e verificare il proprio calcolo ripassando alla base 10.