

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a e b ed enunciare il teorema di Bézout. Utilizzando l'algoritmo delle divisioni successive per calcolare $\text{MCD}(1456, 252)$, ricavare

$$28 = 4 \cdot 1456 - 23 \cdot 252.$$

- 2) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare e dimostrare il teorema "proprietà di Euclide" sulla divisione di un prodotto ab di numeri naturali per un numero primo p .
- 3) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.
- 4) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[1235]_{10}$ in base 7, sommare $[356]_7$, convertire il risultato in base 10 e verificare infine direttamente la somma in base 10.
- 5) Sia data la proposizione: "ogni funzione convessa è derivabile". Discutere le seguenti affermazioni, cioè stabilire se è possibile stabilire la loro verità o falsità esclusivamente basandosi sulla verità della proposizione precedente (di cui non è necessario comprendere il significato).
- (a) Se una funzione è derivabile, allora è convessa.
 - (b) Se una funzione non è convessa, allora non è derivabile.
 - (c) Se una funzione non è derivabile, allora non è convessa.
- 6) Una famiglia \mathcal{F} è formata da 5 persone: Pietro, Sofia, Cinzia, Lia e Maddalena. Consideriamo la relazione \mathcal{R} su \mathcal{F} seguente: se x e y sono elementi di \mathcal{F} poniamo $x \mathcal{R} y$ se il nome di x è più corto o ha lo stesso numero di lettere del nome di y . Disegnare il diagramma sagittale di \mathcal{R} e stabilire se la relazione è riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva, se è d'ordine o di equivalenza o nessuna delle due. Giustificare adeguatamente tutte le proprie affermazioni.
- 7) Costruire due numeri razionali q_1 e q_2 che abbiano entrambi come denominatore 105 e corrispondano l'uno a un decimale finito e l'altro a un decimale periodico. Senza calcolare esplicitamente i decimali, giustificare il proprio procedimento.