Università degli Studi di Bergamo — Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria
Matematiche Complementari — Tema 19 settembre 2023

Cognome e Nome ________________________________ Matr. ____________

1) Fornire la definizione di numero primo e dimostrare che i numeri primi sono infiniti.

2) Sia data la proposizione: "Dal 12 al 22 settembre i bambini andranno a scuola solo al mattino". Discutere le seguenti affermazioni, cioè stabilire **se è possibile stabilire la loro verità o falsità esclusivamente basandosi sulla verità della proposizione precedente**.

   (a) A partire dal 25 settembre la scuola avrà orario completo.

   (b) Se i bambini vanno a scuola anche il pomeriggio, sicuramente siamo dopo il 25 settembre.

   (c) Se i bambini vanno a scuola solo al mattino, sicuramente siamo tra il 12 e il 22 settembre.

3) Presentare gli assiomi di Peano e le definizioni assiomatiche di somma e di prodotto di numeri naturali, ricordandone le proprietà principali.

4) Sia $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ e si consideri la relazione $\mathcal{R}$ su X data da

$$\mathcal{R} = \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,b),(b,c),(c,b),(c,c),(d,d),(e,e),(f,f,)\}.$$

Disegnare il diagramma sagittale di $\mathcal{R}$. Fornire la definizione di relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e stabilire, giustificando opportunamente, se $\mathcal{R}$ verifica ognuna di queste proprietà.

5) Senza trasformarli nei decimali equivalenti, disporre in ordine crescente i seguenti numeri razionali:

$$q_1 = \frac{13}{42}, \quad q_2 = \frac{12}{41}, \quad q_3 = \frac{1}{3}.$$

Giustificare esaurientemente le proprie affermazioni.

6) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base b qualunque. Scrivere i numeri $n = [1257]_{10}$ e $m = [143]_{10}$ in base 12, utilizzando i simboli $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B$. Sommarli in base 12 e successivamente verificare il calcolo scrivendo il risultato ottenuto in base 10 e sommando m e n direttamente in base 10.

7) Sia $P(n)$ la proprietà $3^n \geq 1 + n$.

   (a) Scrivere $P(0)$, $P(1)$, $P(n+1)$;

   (b) dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ vale $P(n)$.