Università degli Studi di Bergamo — Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria
Matematiche Complementari — Tema 17 gennaio 2024

Cognome e Nome ______________________________ Matr. __________

1) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.

2) Sia E un insieme.

   (a) Fornire la definizione di relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva su E.

   (b) Data la relazione $\mathcal{R}$ su $E = \{a, b, c, d, e\}$ seguente

   $$\mathcal{R} = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c), (d, d), (e, e)\},$$

   disegnare il diagramma sagittale di $\mathcal{R}$ e stabilire se si tratta di una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica o transitiva **giustificando opportunamente le proprie affermazioni**.

3) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a a b, enunciare il teorema di Bézout e dimostrarlo nel caso particolare di $a = 279$ e $b = 195$ attraverso la determinazione di $\mathrm{MCD}(279, 195)$.

4) Enunciare gli assiomi di Peano e fornire poi la definizione di somma e di prodotto di numeri naturali sempre secondo la presentazione assiomatica di Peano.

5) Fornire la definizione di proprietà e di proposizione. Fornire un esempio di proprietà e uno di proposizione, **giustificando adeguatamente il perché si tratta di proprietà e di proposizione**.

6) Dato un numero $q = \frac{a}{b}$ con $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, è possibile determinare *a priori* se l'allineamento decimale di q sarà finito, infinito periodico oppure infinito non periodico? **Giustificare quanto più possibile le proprie affermazioni**.

   Siano ora $q_1 = \frac{153}{38}$ e $q_2 = \frac{753}{75}$.

   (a) Decomporre 153 e 38 in fattori primi. Dedurre quindi dalla fattorizzazione ottenuta e dall'argomento precedente, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di q_1 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.

   (b) Ridurre q_2 ai minimi termini e determinare, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di q_2 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.

7) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base b qualunque. Scrivere i numeri $n = [315]_{10}$ e $m = [133]_{10}$ in base 12 (utilizzando i simboli $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B$). Sommarli in base 12 e successivamente verificare il calcolo scrivendo il risultato ottenuto in base 10 e sommando m e n direttamente in base 10.