Università degli Studi di Bergamo — Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria
Matematiche Complementari — Tema 31 gennaio 2024

Cognome e Nome ____ Matr. ____________

1) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'unicità. Perché 1 non è un numero primo?

2) Si consideri la proposizione seguente: "ogni multiplo naturale di 6 è un numero pari".

   a) Stabilire quale delle due proposizioni seguenti è equivalente alla precedente:
      i) Se $n \in \mathbb{N}$ è un multiplo di 6, allora n è pari.
      ii) Se $n \in \mathbb{N}$ è pari, allora n è un multiplo di 6.

   b) Individuare qual è l'ipotesi della proposizione data e qual è la tesi.

   c) Si considerino le due argomentazioni seguenti:
      i) La proposizione è vera, infatti 18 è un multiplo naturale di 6 ed è pari.
      ii) La proposizione è vera, infatti un numero dispari non può essere un multiplo di 6 perché 6 è già a sua volta un multiplo di 2.

   Discutere la validità delle due argomentazioni per dimostrare la proposizione data.

3) Sia $A = \{a, b, c\}$ e $X = \mathcal{P}(A)$ l'insieme dei sottoinsiemi (anche non propri) di A. Si consideri la relazione $\mathcal{R}$ su X seguente: se $V, W \in X$ poniamo $V \mathcal{R} W$ se e solo se $V \subseteq W$ (ricordiamo che $V \subseteq W$ significa che ogni elemento di V è anche elemento di W). Mostrare che si tratta di una relazione d'ordine.

4) Siano $q_1 = 2$, $q_2 = \dfrac{33}{16}$, $q_3 = \dfrac{32}{17}$ e $q_4 = \dfrac{45}{24}$.

   a) Senza eseguire divisioni, stabilire se ad ognuno dei numeri precedenti corrisponde un allineamento decimale finito, infinito periodico oppure infinito non periodico, argomentando opportunamente le proprie affermazioni.

   b) Sempre senza trasformarli in allineamenti decimali, disporre i numeri precedenti in ordine crescente, argomentando opportunamente le proprie affermazioni.

5) Sia $p(n, m)$ la proprietà seguente: "il numero naturale n è multiplo del numero naturale m". Utilizzando i simboli $\forall$, $\exists$ e **non** $\mathbf{p}(n, m)$ scrivere le proposizioni seguenti:

   a) Ogni numero naturale n è multiplo di un qualche numero naturale m.

   b) Tutti i numeri naturali n sono multipli dello stesso numero naturale m.

   c) Esiste un numero naturale n che non è multiplo di alcun numero naturale m.

   d) Nessun numero naturale n è multiplo di tutti i numeri naturali m.

6) Si consideri l'algoritmo di divisione seguente:

$$
\begin{array}{l}
35 : 4 = 8{,}75 \\
\ \ 30 \\
\ \ \ \ 20
\end{array}
$$

   Scrivendo

$$\frac{35}{4} = \frac{4 \times 8 + 3}{4} = \ldots$$

   completare la decomposizione per illustrare il significato degli zeri aggiunti al 3 e poi al 2 nell'algoritmo.