

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Siano $q_1 = \frac{9}{1125}$, $q_2 = \frac{9}{1124}$, $q_3 = \frac{10}{1125}$.
 - (a) Senza eseguire divisioni, stabilire quali fra i tre numeri precedenti corrispondono ad allineamenti decimali finiti, quali infiniti periodici e quali infiniti non periodici. Giustificare le proprie affermazioni.
 - (b) Senza eseguire divisioni, disporre i tre numeri dal più piccolo al più grande. Giustificare la propria disposizione.

- 2) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'unicità. Perché 1 non è un numero primo?

- 3) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[215]_{10}$ e $[3021]_{10}$ in base 12 (utilizzando i simboli $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B$), sommarli in base 12 e convertire il risultato in base 10, verificando infine direttamente la somma in base 10.

- 4) Sia $p(x, y)$ la proprietà “la strada x porta alla località y ”. Utilizzando i quantificatori \forall, \exists e la negazione non $p(x, y)$, tradurre in linguaggio matematico le proposizioni seguenti.
 - (a) Tutte le strade portano alla stessa località.
 - (b) Una strada non porta in nessun posto.
 - (c) Una località non è raggiunta da alcuna strada.

- 5) Fornire la definizione di “ a è divisibile per b ”, per a, b opportuni in \mathbb{N} . Argomentare esaurientemente il motivo per cui non è possibile dividere per zero.

- 6) Fornire la definizione di relazione d'ordine su un insieme X . Sia ora $X = \mathbb{N}$ e si consideri la relazione \leq seguente: $n \leq m$ se esiste $k \in \mathbb{N}$ tale che $m = n + k$. Dimostrare che si tratta di una relazione d'ordine.

- 7) Si consideri la proposizione seguente: “nello stato di Ur, tutti i cittadini che abbiano compiuto 18 anni possono guidare”.
 - (a) Riscrivere la proposizione precedente utilizzando lo schema “se ... allora ...”.
 - (b) Se una risposta certa è possibile, rispondere alle domande seguenti giustificando adeguatamente, altrimenti spiegare perché non è possibile rispondere.
 - i. Se sono un cittadino di Ur e ho 16 anni, posso guidare?
 - ii. Se sono un cittadino di Ur ed ho 16 anni, sicuramente non posso guidare?
 - iii. Se sono un cittadino di Ur e posso guidare, ho sicuramente compiuto 18 anni?
 - iv. Se sono un cittadino di Ur e non posso guidare, sicuramente non ho compiuto 18 anni?