Università degli Studi di Bergamo — Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria
Matematiche Complementari — Tema 15 luglio 2024

Cognome e Nome ______________________________ Matr. __________

1) Dato un numero $q = \frac{a}{b}$ con $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, è possibile determinare *a priori* se l'allineamento decimale di q sarà finito, infinito periodico oppure infinito non periodico? Giustificare quanto più possibile le proprie affermazioni.

   Siano ora $q_1 = \frac{385}{230}$ e $q_2 = \frac{245}{70}$. Senza trasformare q_1 e q_2 in allineamenti decimali, stabilire se i loro allineamenti decimali sono finiti, infiniti periodici oppure infiniti non periodici.

2) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[125]_{10}$ e $[120]_{10}$ in base 9. Sommare i risultati in base 9 e controllare il risultato convertendolo in base 10 ed eseguendo la somma in base 10.

3) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a e b ed enunciare il teorema di Bézout. Utilizzando l'algoritmo delle divisioni successive, calcolare $\text{MCD}(1820, 1071)$ e verificare la validità del teorema di Bézout, ritrovando la relazione

$$7 = 17 \cdot 1071 - 10 \cdot 1820.$$

4) Fornire la definizione di numero primo. Dimostrare che i numeri primi sono infiniti.

5) (a) Fornire la definizione di relazione su un insieme X e di relazione d'ordine, dettagliando le definizioni delle proprietà che caratterizzano una relazione d'ordine.

   (b) Sia $X = \{Angela, Battista, Chiara, Daniele, Elena, Fabio\}$ un sottoinsieme di studenti iscritti al secondo anno di Scienze della Formazione Primaria in Unibg e supponiamo che Angela e Fabio abbiano superato 15 esami a testa, Battista 10 esami, Elena 16 esami, Chiara e Daniele 8 esami. Definiamo la relazione $\mathcal{R}$ su X seguente: se $x, y \in X$ si ha $x \mathcal{R} y$ se x ha superato un numero di esami minore o uguale rispetto a y. Disegnare il diagramma sagittale di $\mathcal{R}$ e stabilire se $\mathcal{R}$ è una relazione d'ordine.

6) (a) Scrivere in italiano la proposizione seguente: per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n + 1) = (n + 1)^2.$$

   (b) Dimostrare la proposizione precedente per induzione.

7) Fornire la definizione di proprietà e di proposizione. Delle frasi seguenti stabilire, giustificando opportunamente, se si tratta di proprietà, di proposizioni oppure di nessuna delle due.

   (a) Dato p numero naturale, si ha che p e q sono primi fra loro.

   (b) Dati comunque p e q numeri naturali, si ha che p e q sono primi fra loro.

   (c) Sia $p = 3$, allora p e q sono primi fra loro.