

Programma del corso Elementi di Matematica a.a.2017-2018

L'elenco delle lezioni comprende gli argomenti principali che verranno trattati con l'indicazione degli argomenti oggetto di valutazione nelle **prove scritte e orale (Programma base)** e di quelli richiesti **solo all'orale** per ottenere una **valutazione superiore a 26/30 (Programma avanzato)**.

Lezione 1 – L'insieme dei reali (Programma base)

Lezione 2 – Ancora sugli insiemi numerici

- L'insieme dei numeri complessi (Programma avanzato)
- Intervalli in \mathbb{R} , Insiemi limitati e illimitati in \mathbb{R} , massimo, minimo, estremo superiore e estremo inferiore di un insieme in \mathbb{R} (Programma base)

Lezione 3 – Le funzioni reali (Programma base)

- Funzioni reali di una variabile reale: definizione, grafico
- Funzioni reali di 2 variabili reali: definizione, grafico, curve di livello
- Funzioni reali di n variabili reali: definizione

Lezione 4 – Funzioni reali in una variabile reale

- Monotonia (Programma base)
- Concavità/convessità (Programma base)
- Funzioni elementari: affine, quadratica, valore assoluto, proporzionalità inversa, esponenziale, logaritmo seno, coseno. (Programma base)
- Funzioni elementari: segno, parte intera, Dirichelet (Programma avanzato)
- Successioni (Programma base)

Lezione 5 - Operazioni con le funzioni (tutto Programma base)

- Somma, prodotto, rapporto, combinazione lineare
- Funzione tangente
- Funzioni limitate, massimo, minimo di una funzione: definizioni

Lezione 6 - Composizione di funzioni, trasformazioni (Programma base)
e funzione inversa (Programma avanzato)

Lezione 7 - Spazi metrici, intorno e punti di accumulazione (Programma base)

Lezione 8 – Limiti di una funzione reale

- Definizione (Programma base)
- Verifica del limite (Programma avanzato)

Lezione 9 – Proprietà dei limiti (Programma base)

Lezione 10 – Calcolo dei limiti (1)

- Limiti di funzioni elementari: $x^n, a^x, \ln x$
- Algebra dei limiti (Programma base)
- Forme di indecisione con funzioni razionali (Programma base)
- Teorema del confronto (Programma base)
- Limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ (Programma avanzato)

Lezione 11 – Calcolo dei limiti (2)

- Il numero di Nepero (Programma base)
- Altri limiti notevoli (Programma avanzato)
- Confronto di infiniti e di infinitesimi (Programma base)
- Ordine di infiniti e infinitesimi (Programma avanzato)

Lezione 12 – Continuità

- Definizione di continuità (Programma base)
- Continuità di funzioni elementari (Programma base)
- Teoremi: funzione composta, Weierstrass, Darboux e degli zeri (Programma base)
- Discontinuità eliminabili e non (Programma base)

Lezione 13 – Concetto di derivata

- Definizione e interpretazione geometrica (Programma base)
- Derivabilità e continuità (Programma base)
- Derivata della funzione inversa (Programma avanzato)
- Punti di non derivabilità (Programma base)

Lezione 14 – Calcolo di derivate (tutto Programma base)

- Derivate delle funzioni elementari (senza dimostrazione)
- Algebra delle derivate
- Derivata funzione composta
- Teorema di de l'Hospital

Lezione 15 – Funzione derivata

- Derivabilità in un intervallo aperto (Programma base)
- Teoremi di monotonia (dim. Programma avanzato)
- Teorema di Fermat (dim. Programma base)
- Teoremi di Rolle e Lagrange (Programma base)
- Derivata di funzioni che differiscono per una costante (Programma base)

Lezione 16 – Derivate di ordine n , concavità e convessità

- Derivate di ordine n (Programma base)
- Definizione di concavità e convessità (Programma avanzato)
- Determinazione di massimi e minimi locali (Programma base)
- Determinazione dei punti di flesso (Programma base ma solo orale)

Lezione 17 – Differenziabilità e formula di Taylor

- Definizione di funzione differenziabile e interpretazione geometrica (Programma base)
- Teorema su derivabilità e differenziabilità (dim. Programma avanzato)
- Formula di Taylor (Programma base)

Lezione 18 – Applicazioni di Differenziabilità e Formula di Taylor

- Approssimazioni con resto di Lagrange (Programma avanzato)
- Determinazione del polinomio di Taylor fino al 3° ordine per funzioni semplici (Programma base)

Lezione 19 – Studio di funzione

- Determinazioni di alcune caratteristiche di funzioni date: campo di esistenza, segno, asintoti (non obliqui), monotonia, estremi relativi. (Programma base)

Lezione 20 – Integrale indefinito

- Definizione e proprietà (Programma base)
- Integrali immediati (Programma base)

Lezione 21 – Calcolo di integrali indefiniti

- Integrazione per decomposizione (Programma base)
- Integrazione di razionali fratte (Programma base)
- Integrazione per sostituzione e per parti (Programma avanzato)

Lezione 22 – Integrale definito

- Definizione e proprietà (Programma base)
- Calcolo approssimato di integrali definiti (Programma base)

Lezione 23 – Funzione integrale

- Definizione e proprietà (Programma base)
- Teorema fondamentale del calcolo integrale (dim. Programma base)
- Calcolo di semplici aree (Programma base)

Lezione 24 – Integrale generalizzato e serie (Programma avanzato)

Lezione 25 – Le matrici e loro operazioni (tutto Programma base)

- Concetto di matrice e vettore
- Operazioni elementari
- Prodotti: matrice-matrice, matrice-vettore, vettore-matrice, vettore-vettore

Lezione 26 – Matrici particolari e calcolo determinante (tutto Programma base)

- Matrice trasposta: definizione e proprietà
- Matrice diagonale, triangolare: definizione e proprietà
- Matrice simmetrica: definizione e proprietà
- Determinante: definizione e proprietà

Lezione 27 – Matrice inversa (tutto Programma base)

- Definizione e proprietà
- Teorema di unicità
- Condizione necessaria e sufficiente (dim. Programma avanzato)

Lezione 28 – Spazi lineari e rango

- Spazi e sottospazi lineari, generatori (Programma avanzato)
- Dipendenza e indipendenza lineare di vettori (Programma base)
- Basi di uno spazio lineare e teorema di rappresentazione (Programma avanzato)
- Rango di una matrice (Programma base)

Lezione 29 – Sistemi lineari

- Da sistema di equazioni e equazione matriciale (Programma base)
- Teorema di Rouché Capelli (dim. esistenza soluzione/i Programma base , dim.unicità Programma avanzato)

Lezione 30 – Risoluzione di sistemi lineari (tutto Programma base)

- Metodo di Gauss
- Metodo dell'inversa alias Cramer

Lezione 31 – Funzioni a più variabili (Programma base ma solo orale)

- Funzioni omogenee
- Forme quadratiche: matrice associata, segno e teorema relativo.
- Limiti e continuità: solo definizioni

Lezione 32 – Derivabilità e differenziabilità (tutto Programma base)

- Derivate parziali: definizione e calcolo
- Differenziabilità: definizione e equazione iperpiano tangente
- Matrice hessiana.

Lezione 33 – Ottimizzazione libera (tutto Programma base)

- Massimi e minimi locali:
 - C.N. del primo ordine
 - Concavità/convessità e C.N.S.
 - C.S. del secondo ordine per funzioni semplici.

Lezione 34 – Ottimizzazione vincolata (Programma avanzato)

- Vincoli di uguaglianza: funzione lagrangiana e C.N. del primo ordine.