

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) (a) Dato un numero $q = \frac{a}{b}$ con $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, è possibile determinare *a priori* se l'allineamento decimale di q sarà finito, infinito periodico oppure infinito non periodico? Giustificare quanto più possibile le proprie affermazioni.
(b) Siano ora $q_1 = 3,5\bar{9}$ e $q_2 = 3,6$. Senza fare calcoli è possibile stabilire se vale $q_1 < q_2$, $q_1 > q_2$ oppure $q_1 = q_2$? Giustificare le proprie affermazioni.

- 2) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[125]_{10}$ e $[120]_{10}$ in base 2. Sommare i risultati in base 2 e controllare il risultato convertendolo in base 10 ed eseguendo la somma in base 10.

- 3) (a) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore di due numeri naturali a e b . Enunciare il teorema di Bézout.
(b) Dimostrare che dati a , b numeri naturali non entrambi nulli si ha che i divisori comuni di a e b sono tutti e soli i divisori del Massimo Comune Divisore di a e b .

- 4) Sia $X = \{A, B, C, D\}$ e sia $\mathcal{R} = \{(A, A), (B, B), (D, D), (A, C), (C, A)\}$ una relazione su X . Dopo aver ricordato le definizioni di proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva di una relazione, stabilire quali di queste proprietà sono verificate da \mathcal{R} giustificando adeguatamente le proprie affermazioni.

- 5) Introdurre in modo informale i numeri interi con somma e prodotto, giustificando in base alle proprietà richieste di somma e prodotto perché vale la regola dei segni.

- 6) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.

- 7) Si consideri la seguente proposizione "Solo i rettangoli sono quadrati". **Non si chiede di dimostrarla né di trovare un controesempio.** Rispondere alle seguenti domande.
 - (a) Riscrivere la proposizione precedente sotto forma "Se un quadrilatero è un ... allora è un ...".
 - (b) La proposizione precedente afferma che essere rettangolo è condizione necessaria per essere quadrato? È condizione sufficiente?