

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali. Enunciare il teorema di Bézout e verificarlo calcolando $\text{MCD}(2100, 567)$ tramite l'algoritmo delle divisioni successive.

Si ottiene

$$21 = 10 \cdot 2100 - 37 \cdot 567.$$

- 2) Fornire la definizione di numero primo e di numeri primi fra loro. Enunciare la proprietà di Euclide (che riguarda un numero primo che divide un prodotto ab di numeri naturali) e fare un esempio numerico di applicazione.
- 3) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'unicità.
- 4) Definire la somma e il prodotto di numeri naturali secondo la teoria assiomatica di Peano ed illustrare tutte le loro proprietà (non bastano i nomi, bisogna descrivere la proprietà).
- 5) Sia $p(s, e)$ la proprietà "lo studente s svolge l'esercizio e ". Scrivere utilizzando i quantificatori $\exists, \forall, !$ ed eventualmente anche "non $p(s, e)$ " le seguenti proposizioni:
- (a) ogni studente svolge due esercizi diversi fra loro;
 - (b) nessuno studente svolge un certo esercizio;
 - (c) uno studente svolge tutti gli esercizi;
 - (d) solo due studenti svolgono tutti gli esercizi.

Negare poi la proposizione (b) sia in italiano, sia con il linguaggio matematico.

- 6) Siano $q_1 = 0, \overline{54}$ e $q_2 = 1, \overline{83}$. Calcolare $q_1 \cdot q_2$ sia come frazione che come allineamento decimale. Il risultato ottenuto è plausibile? Giustificare la propria risposta.
- 7) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[2001]_{10}$ e $[209]_{10}$ in base 13. Sommare i risultati in base 13 e controllare il risultato convertendolo in base 10 ed eseguendo la somma in base 10.