Università degli Studi di Bergamo — Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria
Matematiche Complementari — Tema 22 gennaio 2025

Cognome e Nome ________________________________ Matr. __________

1) **Senza fare divisioni**, disporre in ordine crescente i numeri $q_1 = \frac{13}{14}$, $q_2 = \frac{12}{13}$, $q_3 = \frac{15}{12}$ e $q_4 = \frac{13}{15}$ giustificando adeguatamente la propria disposizione. Stabilire per ognuno di essi se corrisponde a un allineamento decimale finito, infinito periodico oppure infinito non periodico, giustificando le proprie affermazioni.

2) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[134]_{10}$ e $[251]_{10}$ in base 3. Sommare i risultati in base 3 e controllare il risultato convertendolo in base 10 ed eseguendo la somma in base 10.

3) Fornire la definizione di numero primo. Dimostrare che i numeri primi sono infiniti.

4) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.

5)
   (a) Fornire la **definizione di relazione** su un insieme X **e di relazione di equivalenza**, dettagliando le definizioni delle proprietà che caratterizzano una relazione di equivalenza.
   (b) Sia $X = \{\text{regioni d'Italia}\}$ e definiamo la relazione $\mathcal{R}$ su X seguente: se $x, y \in X$ si ha $x \mathcal{R} y$ se x confina con y. Stabilire se $\mathcal{R}$ è una relazione di equivalenza, giustificando le proprie affermazioni.

6) Si considerino le due proposizioni:

   i) Se piove prendo l'ombrello.
   ii) Piove se prendo l'ombrello.

   Stabilire in entrambi in casi se "piove" è condizione necessaria o sufficiente per "prendo l'ombrello". Stabilire poi quale delle due proposizioni seguenti è logicamente equivalente alla proposizione i) e quale alla proposizione ii).

   1. Se non piove non prendo l'ombrello.
   2. Se non prendo l'ombrello non piove.

7) Fornire la definizione di proprietà e di proposizione. Delle frasi seguenti stabilire, giustificando opportunamente, se si tratta di proprietà, di proposizioni oppure di nessuna delle due.

   (a) Ogni quadrilatero è un rettangolo.
   (b) Dato $n \in \mathbb{N}$ esiste $q \in \mathbb{N}$ tale che $q = 2n$.
   (c) Il quadrilatero è un parallelogramma.