

Competizione Oligopolistica: Bertrand

Flavio Porta

Organizzazione INDUSTRIALE E TEORIA DEGLI INCENTIVI (12 CREDITI)

Modulo di Organizzazione Industriale



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI BERGAMO

Dipartimento
di Ingegneria Gestionale,
dell'Informazione e della Produzione

Fonte/i:

- L. Pepall, D. Richards, G. Norman, G. Calzolari (2017),
Organizzazione industriale
McGraw-Hill Education (Capitolo 9);



Introduzione

Monopolio: scegliere prezzo è equivalente a scegliere quantità (fz. di domanda)

In caso di oligopolio i risultati di mercato sono diversi se le imprese competono sulle quantità o sui prezzi...

Competizione alla Cournot: le imprese scelgono la quantità e il prezzo si aggiusta per evitare eccessi di domanda/offerta

→ Razionalizzazione: Scelta della capacità produttiva

→ Output > output monopolio ($Q = \frac{N}{N+1} \frac{A-c}{B}$)

→ $\Pi = \frac{(A-c)^2}{(N+1)^2 B} > 0$



Esempi



Top 10 Most Valuable Telecoms Brands

© Brand Finance 2023



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI BERGAMO

Dipartimento
di Ingegneria Gestionale,
dell'Informazione e della Produzione

Duopolio alla Bertrand

- Scelta strategica è il **prezzo**
- Le due imprese producono lo stesso bene
- Hanno lo stesso costo marginale costante, c
- Gioco statico, le strategie sono scelte simultaneamente
- Le imprese hanno informazione completa: conoscono cioè la struttura dei costi dell'avversario e la domanda di mercato $P = A - BQ$ che possiamo scrivere in forma diretta come:

$$Q = \frac{A}{B} - \frac{1}{B}P = a - bP$$



Duopolio alla Bertrand

- Mettiamoci nei panni dell'impresa 2
- L'impresa 2 vuole capire quale è la sua domanda residuale a seconda del suo prezzo (p_2) e del prezzo praticato dall'impresa 1 (p_1).

(ricordiamoci che il prodotto è omogeneo → i consumatori comprano dal venditore più economico per massimizzare il loro surplus)



Duopolio alla Bertrand

- Mettiamoci nei panni dell'impresa 2
- L'impresa 2 vuole capire quale è la sua domanda residuale a seconda del suo prezzo (p_2) e del prezzo praticato dall'impresa 1 (p_1).

(ricordiamoci che il prodotto è omogeneo → i consumatori comprano dal venditore più economico per massimizzare il loro surplus)

$$\left\{ \begin{array}{l} q = \quad \quad \quad se \ p_2 > p_1 \\ q = \quad \quad \quad se \ p_2 = p_1 \\ q = \quad \quad \quad se \ p_2 < p_1 \end{array} \right.$$



Duopolio alla Bertrand

- Mettiamoci nei panni dell'impresa 2
- L'impresa 2 vuole capire quale è la sua domanda residuale a seconda del suo prezzo (p_2) e del prezzo praticato dall'impresa 1 (p_1).

(ricordiamoci che il prodotto è omogeneo → i consumatori comprano dal venditore più economico per massimizzare il loro surplus)

$$\begin{cases} q = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ q = & \text{se } p_2 = p_1 \\ q = & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



Duopolio alla Bertrand

- Mettiamoci nei panni dell'impresa 2
- L'impresa 2 vuole capire quale è la sua domanda residuale a seconda del suo prezzo (p_2) e del prezzo praticato dall'impresa 1 (p_1).

(ricordiamoci che il prodotto è omogeneo → i consumatori comprano dal venditore più economico per massimizzare il loro surplus)

$$\begin{cases} q = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ q = & \text{se } p_2 = p_1 \\ q = a - bp_2 & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



Duopolio alla Bertrand

- Mettiamoci nei panni dell'impresa 2
- L'impresa 2 vuole capire quale è la sua domanda residuale a seconda del suo prezzo (p_2) e del prezzo praticato dall'impresa 1 (p_1).

(ricordiamoci che il prodotto è omogeneo → i consumatori comprano dal venditore più economico per massimizzare il loro surplus)

$$\begin{cases} q = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ q = \frac{1}{2}(a - bp_2) & \text{se } p_2 = p_1 \\ q = a - bp_2 & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



Domanda dell' impresa 2

$$\begin{cases} q_2 = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ q_2 = \frac{1}{2}(a - bp_2) & \text{se } p_2 = p_1 \\ q_2 = a - bp_2 & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



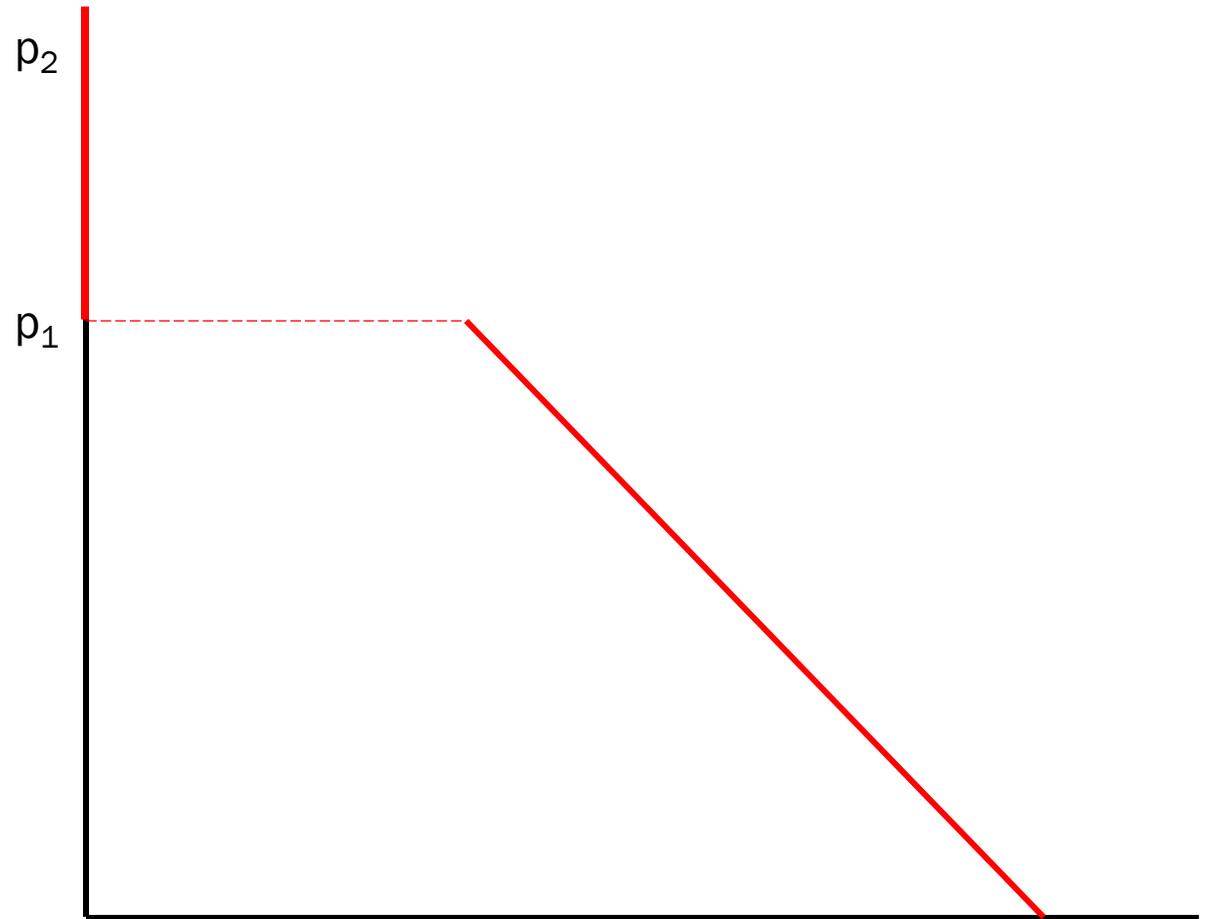
Domanda dell'impresa 2

$$\begin{cases} q_2 = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ q_2 = \frac{1}{2}(a - bp_2) & \text{se } p_2 = p_1 \\ q_2 = a - bp_2 & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



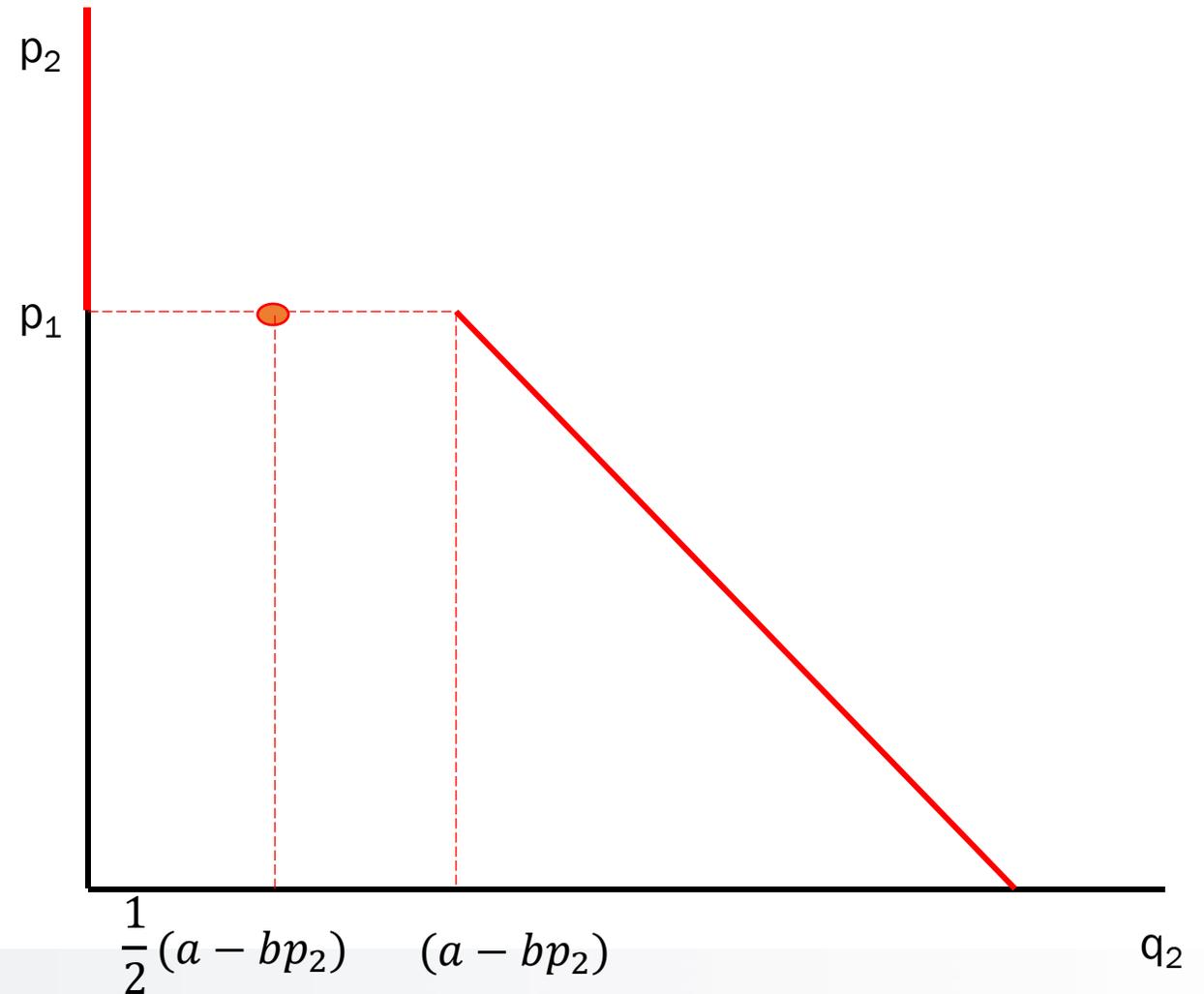
Domanda dell'impresa 2

$$\begin{cases} q_2 = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ q_2 = \frac{1}{2}(a - bp_2) & \text{se } p_2 = p_1 \\ q_2 = a - bp_2 & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



Domanda dell'impresa 2

$$\begin{cases} q_2 = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ q_2 = \frac{1}{2}(a - bp_2) & \text{se } p_2 = p_1 \\ q_2 = a - bp_2 & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



Profitti dell'impresa 2

I profitti sono i payoff del nostro gioco

La discontinuità della funzione di domanda si traduce in discontinuità nei profitti e questo farà la differenza nelle strategie dei giocatori

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Pi_2(p_1, p_2) = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ \Pi_2(p_1, p_2) = (p_2 - c) \frac{1}{2} (a - bp_2) & \text{se } p_2 = p_1 \\ \Pi_2(p_1, p_2) = (p_2 - c)(a - bp_2) & \text{se } p_2 < p_1 \end{array} \right.$$

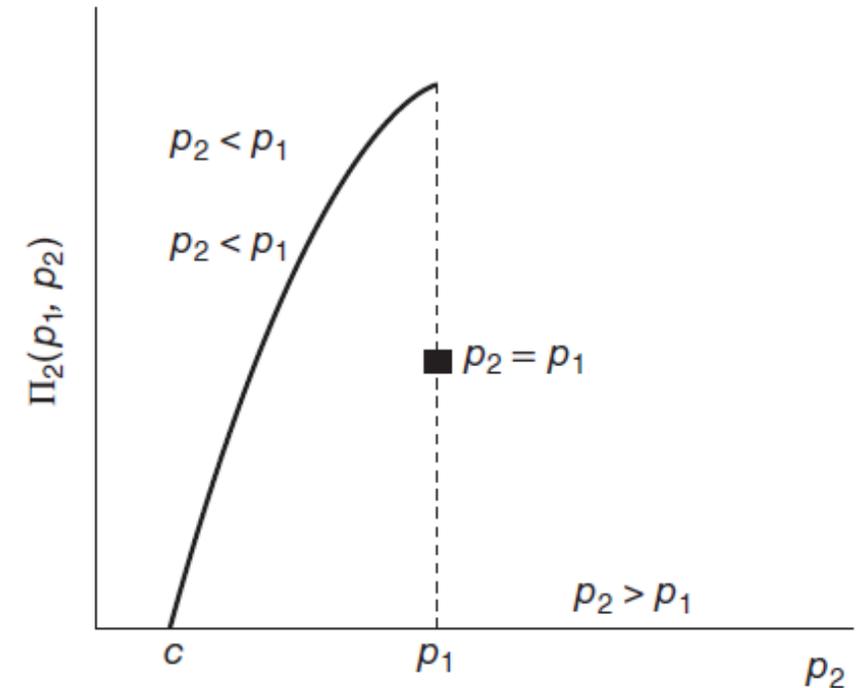


Profitti dell'impresa 2

I profitti sono i payoff del nostro gioco

La discontinuità della funzione di domanda si traduce in discontinuità nei profitti e questo farà la differenza nelle strategie dei giocatori

$$\begin{cases} \Pi_2(p_1, p_2) = 0 & \text{se } p_2 > p_1 \\ \Pi_2(p_1, p_2) = (p_2 - c) \frac{1}{2} (a - bp_2) & \text{se } p_2 = p_1 \\ \Pi_2(p_1, p_2) = (p_2 - c)(a - bp_2) & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima dell'impresa 2 a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti 2 sceglie



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista
2. Supponiamo ora che p_1 sia molto basso, $p_1 < c$
→ per massimizzare i profitti 2 sceglie



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista
2. Supponiamo ora che p_1 sia molto basso, $p_1 < c$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 > p_1$, non vende nulla e non fa perdite.



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista
2. Supponiamo ora che p_1 sia molto basso, $p_1 < c$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 > p_1$, non vende nulla e non fa perdite.
3. Supponiamo ora che $p^M > p_1 > c$.
se $p_2 > p_1 \rightarrow \Pi_2 = 0$



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista
2. Supponiamo ora che p_1 sia molto basso, $p_1 < c$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 > p_1$, non vende nulla e non fa perdite.
3. Supponiamo ora che $p^M > p_1 > c$.
se $p_2 > p_1 \rightarrow \Pi_2 = 0$
se $p_2 = p_1 \rightarrow \Pi_2 = (p_2 - c) \frac{1}{2} (a - bp_2)$



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista
2. Supponiamo ora che p_1 sia molto basso, $p_1 < c$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 > p_1$, non vende nulla e non fa perdite.
3. Supponiamo ora che $p^M > p_1 > c$.
se $p_2 > p_1 \rightarrow \Pi_2 = 0$
se $p_2 = p_1 \rightarrow \Pi_2 = (p_2 - c) \frac{1}{2} (a - bp_2)$
se $p_2 < p_1 \rightarrow \Pi_2 = (p_2 - c) (a - bp_2)$



Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista
2. Supponiamo ora che p_1 sia molto basso, $p_1 < c$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 > p_1$, non vende nulla e non fa perdite.
3. Supponiamo ora che $p^M > p_1 > c$.
se $p_2 > p_1 \rightarrow \Pi_2 = 0$
se $p_2 = p_1 \rightarrow \Pi_2 = (p_2 - c) \frac{1}{2} (a - bp_2)$
se $p_2 < p_1 \rightarrow \Pi_2 = (p_2 - c) (a - bp_2)$
→ $p_2 = p_1 - \epsilon$

Strategia ottima è fissare un prezzo appena inferiore a quello dell'impresa 1 e prendersi tutto il mercato

Funzione di risposta ottima dell'impresa 2

Dobbiamo adesso trovare la funzione di risposta ottima di due a tutte le strategie di prezzo dell'impresa 1. Procediamo per gradi.

1. Supponiamo che 1 fissi un prezzo molto alto, più alto del prezzo di monopolio, $p_1 > p^M = \frac{a+bc}{2b}$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 = p^M$ accaparrandosi l'intero mercato e facendo i profitti del monopolista
2. Supponiamo ora che p_1 sia molto basso, $p_1 < c$
→ per massimizzare i profitti, 2 sceglie $p_2 > p_1$, non vende nulla e non fa perdite.
3. Supponiamo ora che $p^M > p_1 > c$.
se $p_2 > p_1 \rightarrow \Pi_2 = 0$
se $p_2 = p_1 \rightarrow \Pi_2 = (p_2 - c) \frac{1}{2} (a - bp_2)$
se $p_2 < p_1 \rightarrow \Pi_2 = (p_2 - c) (a - bp_2)$
→ $p_2 = p_1 - \epsilon$

Strategia ottima è fissare un prezzo appena inferiore a quello dell'impresa 1 e prendersi tutto il mercato



Funzione di risposta ottima dell' impresa 2

Riassumendo:

$$p_2^* = \frac{a + bc}{2b} \quad \text{se } p_1 > \frac{a + bc}{2b}$$
$$p_2^* = p_1 - \epsilon \quad \text{se } p_1 \in \left(c, \frac{a + bc}{2b} \right]$$
$$p_2^* \geq p_1 \quad \text{se } p_1 = c$$
$$p_2^* > p_1 \quad \text{se } p_1 \in [0, c)$$



Funzioni di risposta ottima

Per l'impresa 2

$$p_2^* = \frac{a + bc}{2b} \quad \text{se } p_1 > \frac{a + bc}{2b}$$
$$p_2^* = p_1 - \epsilon \quad \text{se } p_1 \in \left(c, \frac{a + bc}{2b} \right]$$
$$p_2^* \geq p_1 \quad \text{se } p_1 = c$$
$$p_2^* > p_1 \quad \text{se } p_1 \in [0, c)$$

Per l'impresa 1

$$p_1^* = \frac{a + bc}{2b} \quad \text{se } p_2 > \frac{a + bc}{2b}$$
$$p_1^* = p_2 - \epsilon \quad \text{se } p_2 \in \left(c, \frac{a + bc}{2b} \right]$$
$$p_1^* \geq p_2 \quad \text{se } p_2 = c$$
$$p_1^* > p_2 \quad \text{se } p_2 \in [0, c)$$



Equilibrio di Nash

Nell'equilibrio nessuna impresa deve avere incentivo a deviare unilateralmente

Prendiamo come esempio la coppia di strategie

$\left[p_1 = \frac{a+bc}{2b}, p_2 = \frac{a+bc}{2b} - \epsilon \right]$ è un equilibrio di Nash?



Equilibrio di Nash

Nell' equilibrio nessuna impresa deve avere incentivo a deviare unilateralmente

Prendiamo come esempio la coppia di strategie

$\left[p_1 = \frac{a+bc}{2b}, p_2 = \frac{a+bc}{2b} - \epsilon \right]$ è un equilibrio di Nash?

Non può essere perchè 1 ha incentivo a deviare, abbassando il prezzo e accaparrandosi l'intero mercato!



Equilibrio di Nash

Nell' equilibrio nessuna impresa deve avere incentivo a deviare unilateralmente

Prendiamo come esempio la coppia di strategie

$\left[p_1 = \frac{a+bc}{2b}, p_2 = \frac{a+bc}{2b} - \epsilon \right]$ è un equilibrio di Nash?

Non può essere perchè 1 ha incentive a deviare, abbassando il prezzo e accaparrandosi l'intero mercato!

Esiste un solo equilibrio di Nash del gioco ed è $[p_1^* = c, p_2^* = c]$

→ L'equilibrio di mercato è che il prezzo è pari al costo marginale

→ Stesso risultato della concorrenza perfetta ma con solo 2 imprese!



Competizione alla Bertrand

Perché cambiando la variabile di scelta (prezzi invece che quantità) I risultati sono così diversi?

→ L'assunzione che minime variazioni di prezzo consentano all'impresa di servire l'intero mercato (e quindi che la funzione di domanda residuale e di profitto non siano continue) genera enormi incentivi a deviare per le imprese.



Competizione alla Bertrand

Perché cambiando la variabile di scelta (prezzi invece che quantità) I risultati sono così diversi?

→ L'assunzione che minime variazioni di prezzo consentano all'impresa di servire l'intero mercato (e quindi che la funzione di domanda residuale e di profitto non siano continue) genera enormi incentivi a deviare per le imprese.

Casi in cui Bertrand «non funziona»...

1. Vincoli di capacità (le imprese non hanno la capacità produttiva per servire l'intero mercato)
2. Prodotti differenziati (i consumatori non considerano i prodotti perfetti sostituti)



Vincoli di capacità

Supponiamo che in Val Brembana ci siano 2 impianti gestori di impianti di risalita, Il Brembana-ski e il Presolana-ski, ognuno collocato su un lato della montagna.

I consumatori considerano i servizi offerti dai due gestori equivalenti, e scelgono il gestore che garantisce il prezzo minore per il biglietto giornaliero



Vincoli di capacità

Supponiamo che in Val Brembana ci siano 2 impianti gestori di impianti di risalita, Il Brembana-ski e il Presolana-ski, ognuno collocato su un lato della montagna.

I consumatori considerano i servizi offerti dai due gestori equivalenti, e scelgono il gestore che garantisce il prezzo minore per il biglietto giornaliero

I due gestori hanno la stessa dimensione e possono servire un massimo di 1800 sciatori al giorno

Il costo marginale per sciatore per entrambi i gestori è pari a 10 euro

Assumiamo che la domanda sia $Q = 6000 - 60P$, dove P è il prezzo del biglietto giornaliero.



Vincoli di capacità

Supponiamo che in Val Brembana ci siano 2 impianti gestori di impianti di risalita, Il Brembana-ski e il Presolana-ski, ognuno collocato su un lato della montagna.

I consumatori considerano i servizi offerti dai due gestori equivalenti, e scelgono il gestore che garantisce il prezzo minore per il biglietto giornaliero

I due gestori hanno la stessa dimensione e possono servire un massimo di 1800 sciatori al giorno

Il costo marginale per sciatore per entrambi i gestori è pari a 10 euro

Assumiamo che la domanda sia $Q = 6000 - 60P$, dove P è il prezzo del biglietto giornaliero.

I gestori competono sul prezzo.

Qual è l'equilibrio?



Vincoli di capacità

$$p_1 = p_2 = c = 10?$$



Vincoli di capacità

$$p_1 = p_2 = c = 10?$$

Se entrambi i gestori scelgono un prezzo pari al costo marginale la domanda totale è

$$Q = 6000 - 60P = 6000 - 600 = 5400$$



Vincoli di capacità

$$p_1 = p_2 = c = 10?$$

Se entrambi i gestori scelgono un prezzo pari al costo marginale la domanda totale è

$$Q = 6000 - 60P = 6000 - 600 = 5400$$

Ma la capacità totale dei due gestori è $1800 \times 2 = 3600$, quindi?



Vincoli di capacità

$$p_1 = p_2 = c = 10?$$

Se entrambi i gestori scelgono un prezzo pari al costo marginale la domanda totale è

$$Q = 6000 - 60P = 6000 - 600 = 5400$$

Ma la capacità totale dei due gestori è $1800 \times 2 = 3600$, quindi?

Possono scegliere un prezzo più alto?



Vincoli di capacità

$$p_1 = p_2 = c = 10?$$

Se entrambi i gestori scelgono un prezzo pari al costo marginale la domanda totale è

$$Q = 6000 - 60P = 6000 - 600 = 5400$$

Ma la capacità totale dei due gestori è $1800 \times 2 = 3600$, quindi?

Se Brembana-ski sceglie un prezzo pari a 20, per Presolana-ski sarà sufficiente fissare un prezzo pari a 19,90 per servire tutto il mercato. Ma con la capacità attuale non riesce a servire l'intero mercato

(infatti $Q = 6000 - 60P = 6000 - 60 \times 19.9 = 4806$)



Vincoli di capacità

Quando i limiti di capacità sono vincolanti l'impresa che fissa un prezzo più alto del rivale non perde l'intero mercato, perde solo i clienti che il rivale è in grado di servire!

→ $p_1 = p_2 = c$ non è più l'equilibrio di Nash



Vincoli di capacità

Quando i limiti di capacità sono vincolanti l'impresa che fissa un prezzo più alto del rivale non perde l'intero mercato, perde solo i clienti che il rivale è in grado di servire!

→ $p_1 = p_2 = c$ non è più l'equilibrio di Nash

Sarebbe conveniente per una delle due imprese aumentare la capacità produttiva a 5400?
(così da poter servire l'intero mercato?)



Vincoli di capacità

Quando i limiti di capacità sono vincolanti l'impresa che fissa un prezzo più alto del rivale non perde l'intero mercato, perde solo i clienti che il rivale è in grado di servire!

→ $p_1 = p_2 = c$ non è più l'equilibrio di Nash

Sarebbe conveniente per una delle due imprese aumentare la capacità produttiva a 5400?
(così da poter servire l'intero mercato?)

Chiaramente solo potendo servire 5400 sciatori la minaccia di porre il prezzo pari a 10 sarebbe credibile... Ma...



Vincoli di capacità

Quando i limiti di capacità sono vincolanti l'impresa che fissa un prezzo più alto del rivale non perde l'intero mercato, perde solo i clienti che il rivale è in grado di servire!

→ $p_1 = p_2 = c$ non è più l'equilibrio di Nash

Sarebbe conveniente per una delle due imprese aumentare la capacità produttiva a 5400?
(così da poter servire l'intero mercato?)

Chiaramente solo potendo servire 5400 sciatori la minaccia di porre il prezzo pari a 10 sarebbe credibile... Ma...

- Installare capacità produttiva è costoso per l'impresa
- Una volta che il prezzo è pari a 10 servirebbe meno dell'intero mercato e rimarrebbe con (costosa) capacità produttiva inutilizzata



Vincoli di capacità

Possiamo pensare alla scelta del prezzo e della capacità produttiva come ad un gioco a 2 stadi

1. Nel primo stadio scelgono la capacità produttiva
2. Nel secondo stadio competono sui prezzi

Cominciamo dal secondo stadio assumendo che nel primo stadio entrambi i gestori abbiano scelto una capacità di 1800. Quale coppia di prezzi è un equilibrio di Nash?



Vincoli di capacità

Possiamo pensare alla scelta del prezzo e della capacità produttiva come ad un gioco a 2 stadi

1. Nel primo stadio scelgono la capacità produttiva
2. Nel secondo stadio competono sui prezzi

Cominciamo dal secondo stadio assumendo che nel primo stadio entrambi i gestori abbiano scelto una capacità di 1800. Quale coppia di prezzi è un equilibrio di Nash?

1. Troviamo la domanda residuale
2. Troviamo la funzione di risposta ottima



Vincoli di capacità – domanda residuale

Assumiamo che se la domanda eccede la capacità del gestore, il gestore serva prima i clienti con maggiore disponibilità a pagare (*efficient rationing*)



Vincoli di capacità – domanda residuale

Assumiamo che se la domanda eccede la capacità del gestore, il gestore serva prima i clienti con maggiore disponibilità a pagare (*efficient rationing*)

Cominciamo dalla coppia di prezzi $p_1 = p_2 = 40$ per cui la domanda di mercato è

$Q = 6000 - 60 * 40 = 3600$ (entrambi i gestori esauriscono la loro capacità produttiva). È un equilibrio di Nash?



Vincoli di capacità – domanda residuale

Assumiamo che se la domanda eccede la capacità del gestore, il gestore serva prima i clienti con maggiore disponibilità a pagare (*efficient rationing*)

Cominciamo dalla coppia di prezzi $p_1 = p_2 = 40$, prezzo molto interessante perché la domanda di mercato diventa

$Q = 6000 - 60 * 40 = 3600$ (entrambi i gestori esauriscono la loro capacità produttiva). È un equilibrio di Nash? → ha una delle due imprese incentivo a deviare unilateralmente abbassando il prezzo?

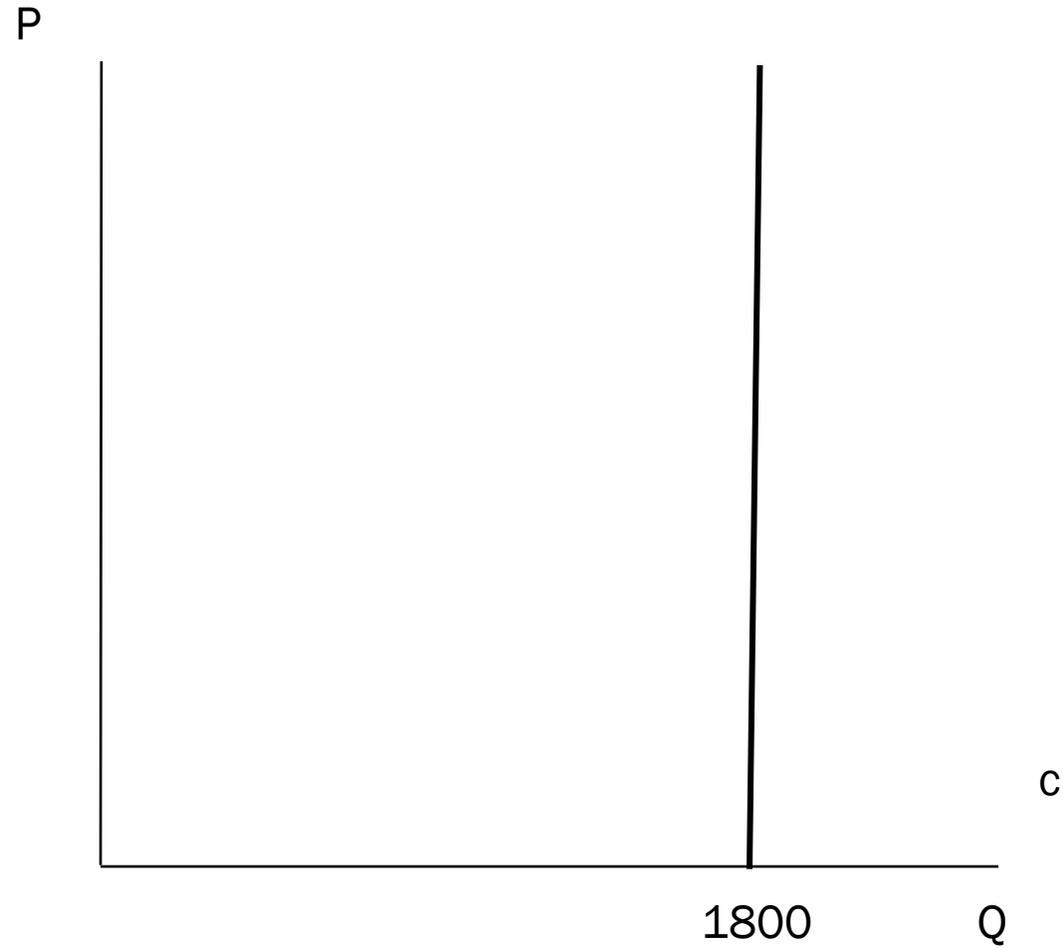
Controlliamo qual è la risposta ottima dell'impresa 2 se 1 fissa un prezzo pari a 40.

La domanda residuale dell'impresa 2 è traslata a sinistra di 1800 unità $Q = 4200 - 60p_2$ e il ricavo marginale è $MR = 70 - \frac{Q}{30}$

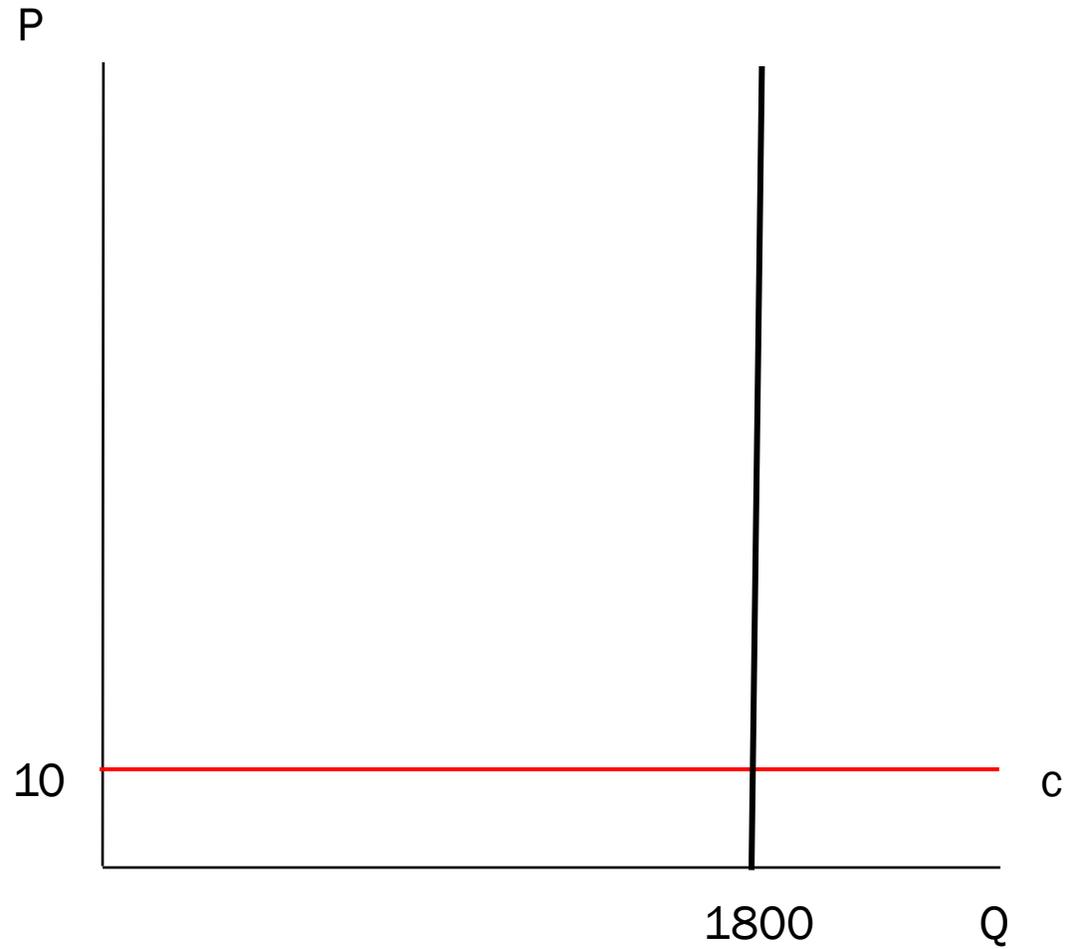
(Ricordiamoci che il gestore può servire al massimo 1800 sciatori)



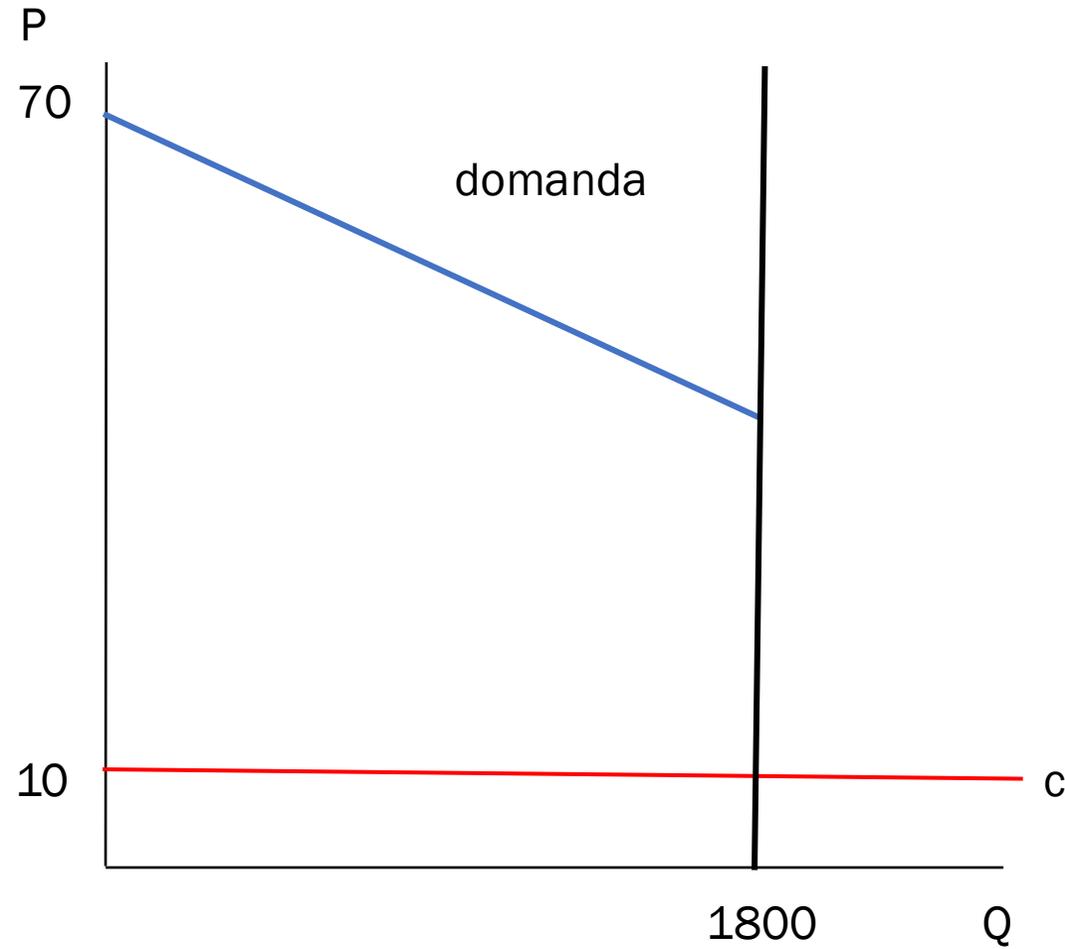
Vincoli di capacità – domanda residuale



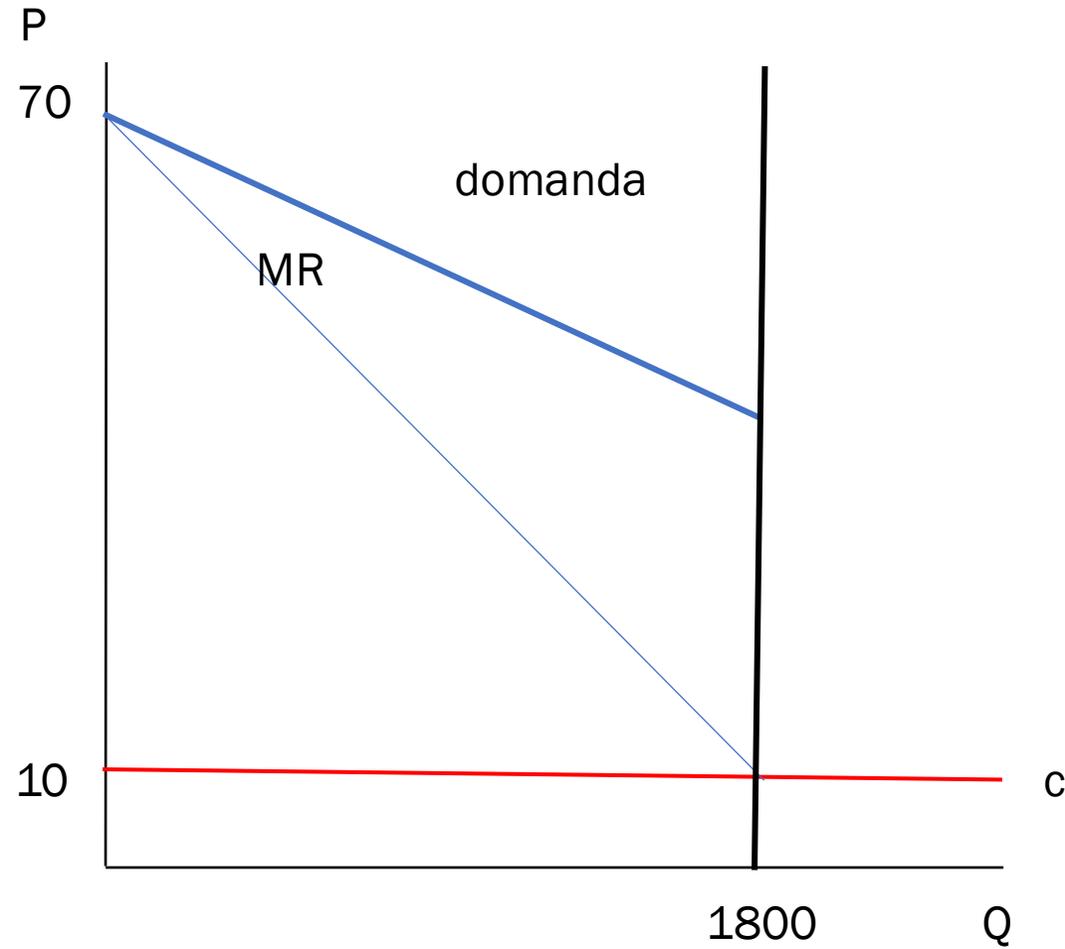
Vincoli di capacità – domanda residuale



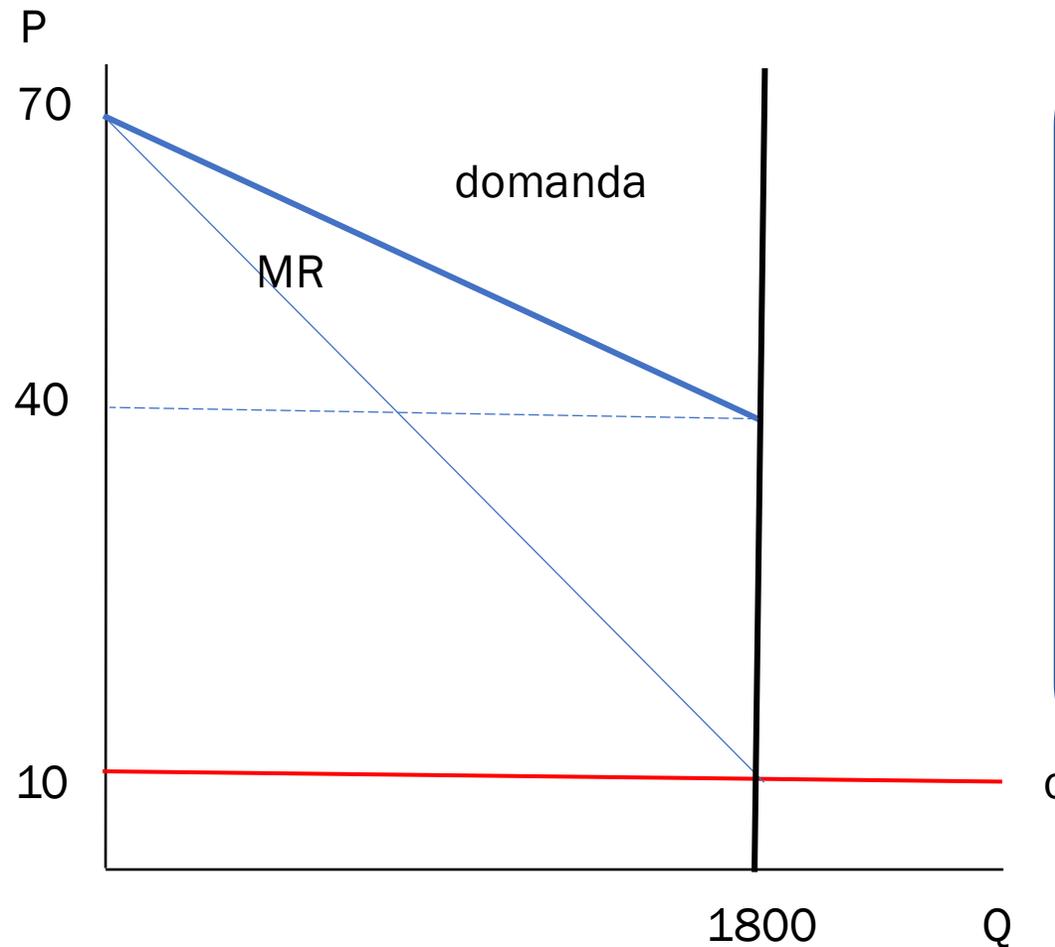
Vincoli di capacità – domanda residuale



Vincoli di capacità – domanda residuale



Vincoli di capacità – domanda residuale e risposta ottima



MR=MC per una se $q=1800$ e $p=40$
→ Se l'impresa 1 fissa un prezzo pari a 40 la risposta ottima dell'impresa 2 è fissare un prezzo pari a 40
→ Ma il problema è simmetrico...
 $p_1 = p_2 = 40$ è un equilibrio di Nash!

Vincoli di capacità – primo stadio

Quale capacità sceglieranno di installare?

Controlliamo se $\bar{q}_1 = \bar{q}_2 = 1800$ è un equilibrio cioè controlliamo se deviazioni unilaterali sono profittevoli



Vincoli di capacità – primo stadio

Quale capacità sceglieranno di installare?

Controlliamo se $\bar{q}_1 = \bar{q}_2 = 1800$ è un equilibrio cioè controlliamo se deviazioni unilaterali sono profittevoli

- **L'impresa 2 sceglie una capacità produttiva più bassa**, $\bar{q}_1 = 1800$, $\bar{q}_2 = 1700$ (capacità tot=3500)
- → prezzo di eq= 41.67 (rifate il ragionamento di prima per dimostrarlo)
- → Profitti?
 - $\Pi_2(\bar{q}_2 = 1700) = 1700(41.67 - 10) = 53839$
 - $\Pi_2(\bar{q}_2 = 1800) = 1800(40 - 10) = 54000$

Se l'impresa 1 fissa una capacità di 1800 l'impresa 2 non vorrà una capacità minore!



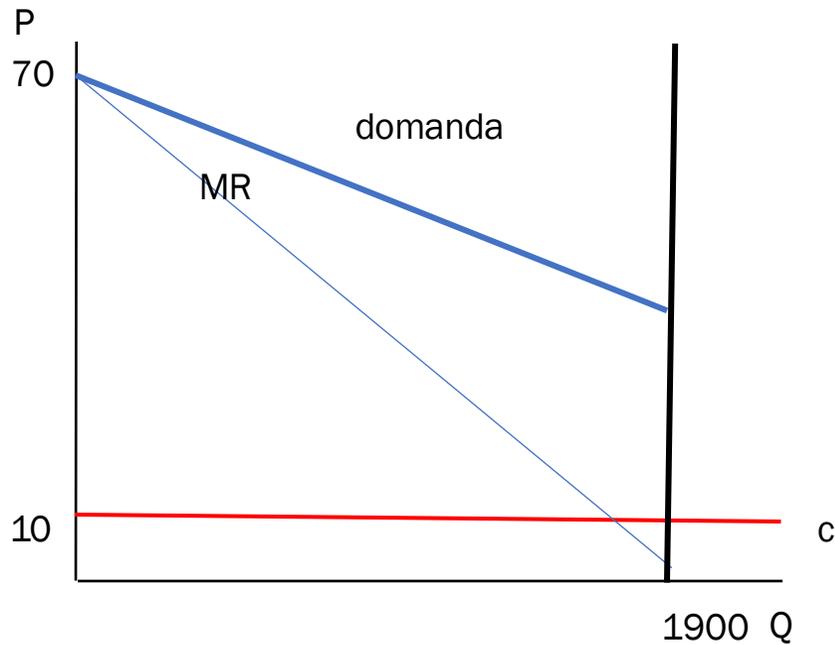
Vincoli di capacità – primo stadio

- L'impresa 2 sceglie una capacità produttiva più alta, $\bar{q}_1 = 1800$, $\bar{q}_2 = 1900$ (capacità tot=3700)
- →una delle due imprese deve abbassare il prezzo perché venga servito l'intero mercato
- Ma l'impresa 1 non ha incentivo a fissare un prezzo minore di 40 (se $p_1=40$ $q_1=1800$)



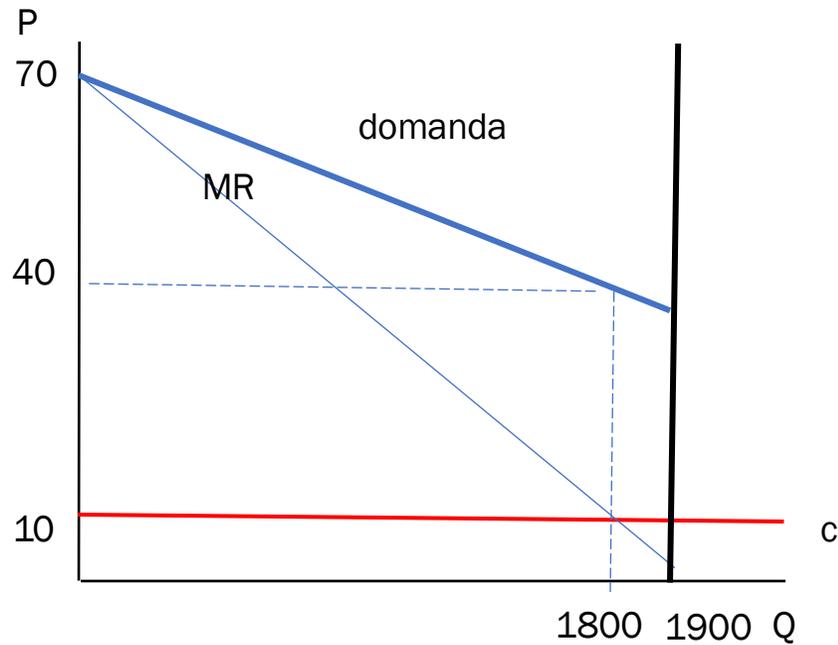
Vincoli di capacità – primo stadio

- L'impresa 2 sceglie una capacità produttiva più alta, $\bar{q}_1 = 1800$, $\bar{q}_2 = 1900$ (capacità tot=3700)
- →una delle due imprese deve abbassare il prezzo perchè venga servito l'intero mercato
- Ma l'impresa 1 non ha incentivo a fissare un prezzo minore di 40 (se $p_1=40$ $q_1=1800$)
- Allora ritorniamo al problema precedente (domanda residuale di 2: $Q=4200-60P$)



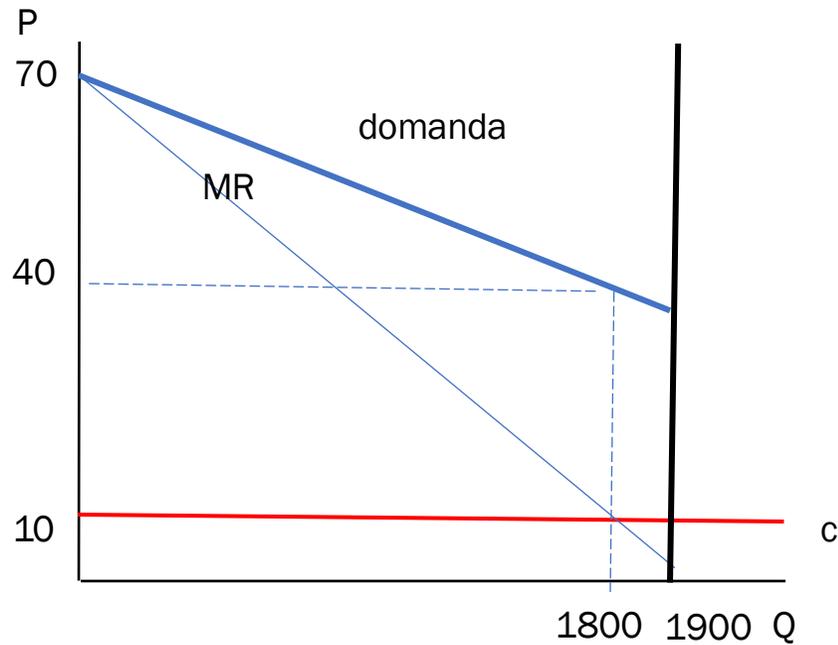
Vincoli di capacità – primo stadio

- L'impresa 2 sceglie una capacità produttiva più alta, $\bar{q}_1 = 1800$, $\bar{q}_2 = 1900$ (capacità tot=3700)
- →una delle due imprese deve abbassare il prezzo perchè venga servito l'intero mercato
- Ma l'impresa 1 non ha incentivo a fissare un prezzo minore di 40 (se $p_1=40$ $q_1=1800$)
- Allora ritorniamo al problema precedente (domanda residuale di 2: $Q=4200-60P$)



Vincoli di capacità – primo stadio

- L'impresa 2 sceglie una capacità produttiva più alta, $\bar{q}_1 = 1800$, $\bar{q}_2 = 1900$ (capacità tot=3700)
- →una delle due imprese deve abbassare il prezzo perché venga servito l'intero mercato
- Ma l'impresa 1 non ha incentivo a fissare un prezzo minore di 40 (se $p_1=40$ $q_1=1800$)
- Allora ritorniamo al problema precedente (domanda residuale di 2: $Q=4200-60P$)



- →MR=MC → $q=1800$, $p=40$
- L'impresa 2 ha eccesso di capacità produttiva, (serve 1800 sciatori)
- →non ha senso installare 100 unità in più di capacità produttiva!

Vincoli di capacità – primo stadio

- L'impresa 2 sceglie una capacità produttiva più alta, $\bar{q}_1 = 1800$, $\bar{q}_2 = 1900$ (capacità tot=3700)
- →una delle due imprese deve abbassare il prezzo perchè venga servito l'intero mercato
- Ma l'impresa 1 non ha incentivo a fissare un prezzo minore di 40 (se $p_1=40$ $q_1=1800$)
- Allora ritorniamo al problema precedente (domanda residuale di 2: $Q=4200-60P$)
- →MR=MC → $q=1800$, $p=40$
- L'impresa 2 ha eccesso di capacità produttiva, (serve 1800 sciatori)
- →non ha senso installare 100 unità in più di capacità produttiva!

Il problema è simmetrico e $\bar{q}_1 = 1800$, $\bar{q}_2 = 1800$ è la capacità di equilibrio

→l'equilibrio è l'equilibrio di Cournot con $c=10$ e domanda $Q=6000-60P$ (Fatelo a casa!)

→quando ci sono vincoli di capacità la competizione alla Bertrand porta all'equilibrio di Cournot!



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Come nel caso del monopolista la «posizione» è interpretabile come il prodotto/stile preferito
- Vi è una linea di lunghezza unitaria e il mercato è fornito da 2 imprese concorrenti con costi marginali pari a c
- Il consumatore x è posizionato ad una distanza x dall' estremità di sinistra
- Tutti i consumatori attribuiscono un valore V al loro prodotto preferito (molto maggiore del costo marginale)
- Ogni consumatore acquista un'unità di prodotto
- Costo di trasporto tx (disutilità della distanza dal prodotto ideale)



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Immaginiamo che le imprese si collochino agli estremi della via e servano tutto il mercato



- Se il consumatore acquista il bene 1 dall'impresa 1 otterrà un surplus pari a $V - p_1 - tx$
- Se il consumatore acquista il bene 2 dall'impresa 2 otterrà un surplus pari a $V - p_2 - t(1 - x)$
- → il consumatore acquista il bene che gli darà maggior surplus
- Le imprese competono simultaneamente sul prezzo (Bertrand). Troviamo l'equilibrio di Nash.

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Quando tutto il mercato viene servito esiste un consumatore che sarà indifferente tra comprare il bene 1 o il bene 2 → **Consumatore marginale** x^m

$$V - p_1 - tx^m = V - p_2 - t(1 - x^m)$$

Risolviendo per x^m

$$x^m(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$



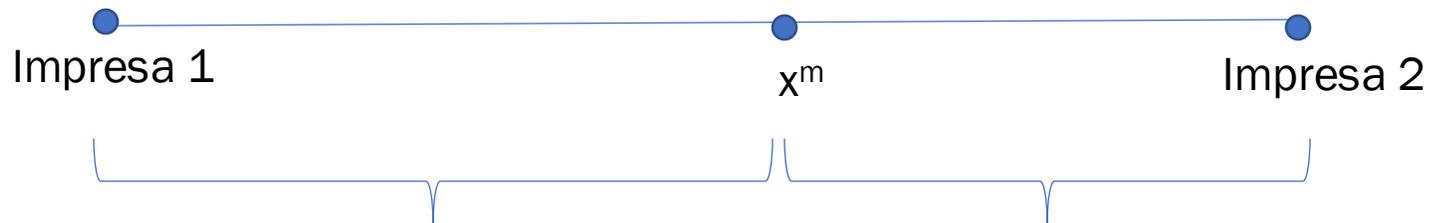
Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Quando tutto il mercato viene servito esiste un consumatore che sarà indifferente tra comprare il bene 1 o il bene 2 → **Consumatore marginale** x^m

$$V - p_1 - tx^m = V - p_2 - t(1 - x^m)$$

Risolvendo per x^m

$$x^m(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$



Tutti i consumatori a sx di x^m comprano dall'impresa 1

Tutti i consumatori a dx di x^m comprano dall'impresa 2

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- La funzione di domanda fronteggiata dall'impresa 1 per una combinazione di prezzi per cui l'intero mercato è servito è

$$D^1(p_1, p_2) = x^m(p_1, p_2)N = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} N$$

- La funzione di domanda fronteggiata dall'impresa 2

$$D^2(p_1, p_2) = [1 - x^m(p_1, p_2)]N = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} N$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- La funzione di domanda fronteggiata dall'impresa 1 per una combinazione di prezzi per cui l'intero mercato è servito è

$$D^1(p_1, p_2) = x^m(p_1, p_2)N = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} N$$

- La funzione di domanda fronteggiata dall'impresa 2

$$D^2(p_1, p_2) = [1 - x^m(p_1, p_2)]N = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} N$$

Notate che:

1. Sono ben definite, dipendono negativamente dal proprio prezzo e positivamente da quello del concorrente
2. Sono continue (se una delle due imprese alza il prezzo non perde tutti i clienti!)



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Possiamo calcolare le funzioni di profitto

$$\Pi^1(p_1, p_2) = (p_1 - c) \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} N$$

$$\Pi^2(p_1, p_2) = (p_2 - c) \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} N$$

Per trovare le risposte ottime dobbiamo capire come variano i profitti dell'impresa 1 al variare del suo prezzo per un dato prezzo dell'impresa 2



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Possiamo calcolare le funzioni di profitto

$$\Pi^1(p_1, p_2) = (p_1 - c) \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} N$$

$$\Pi^2(p_1, p_2) = (p_2 - c) \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} N$$

Per trovare le risposte ottime dobbiamo capire come variano i profitti dell'impresa 1 al variare del suo prezzo per un dato prezzo dell'impresa 2

→ prendiamo la derivata $\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1}$ e la poniamo uguale a zero.

$$\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} = \left[\frac{p_2 - p_1 + t}{2t} - \frac{p_1 - c}{2t} \right] N = 0 \rightarrow p_1 = \frac{p_2 + t + c}{2}$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Analogamente la funzione di reazione dell'impresa 2 è

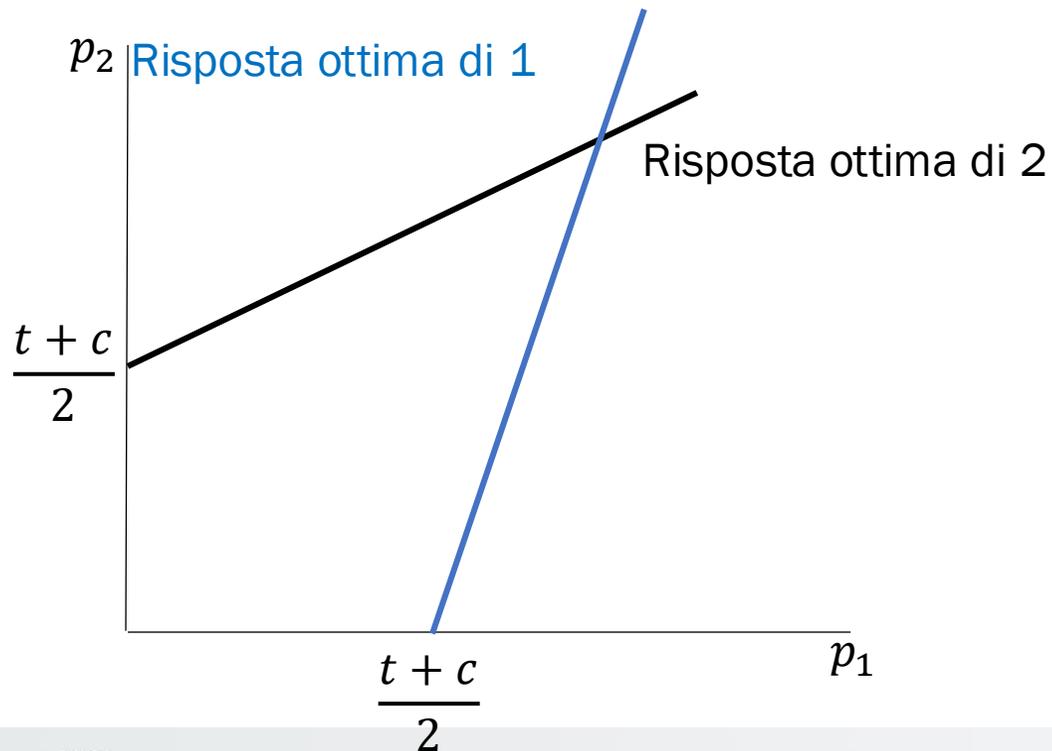
$$\frac{\partial \Pi^2}{\partial p_2} = \left[\frac{p_1 - p_2 + t}{2t} - \frac{p_2 - c}{2t} \right] N = 0 \rightarrow p_2 = \frac{p_1 + t + c}{2}$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Analogamente la funzione di reazione dell'impresa 2 è

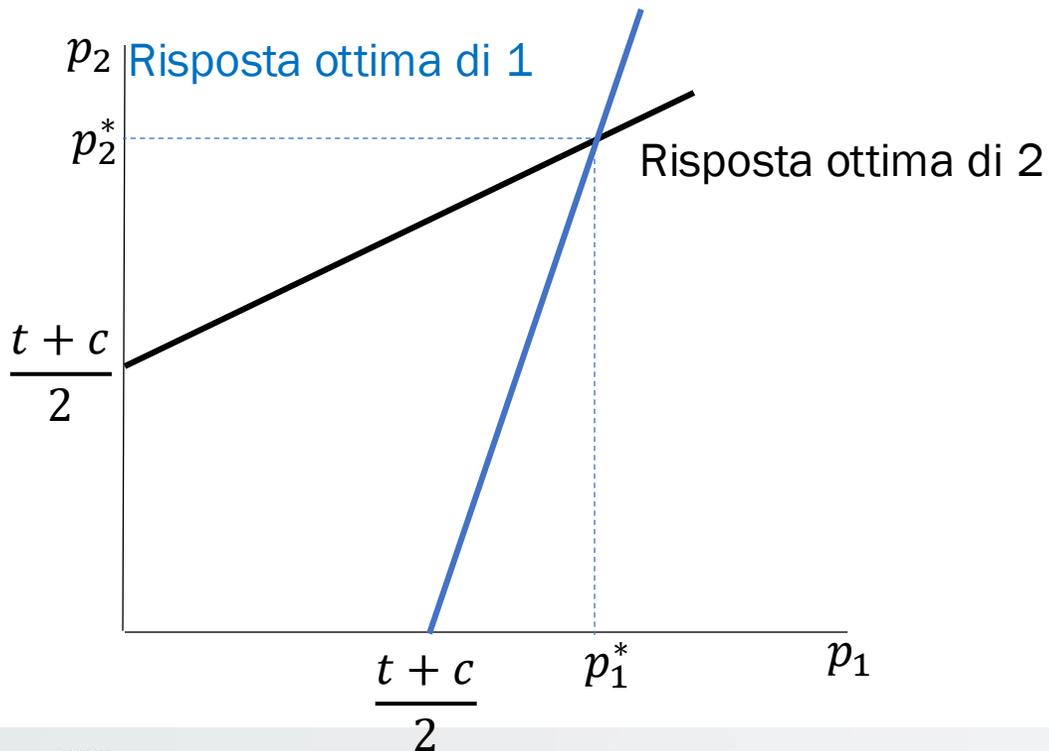
$$\frac{\partial \Pi^2}{\partial p_2} = \left[\frac{p_1 - p_2 + t}{2t} - \frac{p_2 - c}{2t} \right] N = 0 \rightarrow p_2 = \frac{p_1 + t + c}{2}$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Analogamente la funzione di reazione dell'impresa 2 è

$$\frac{\partial \Pi^2}{\partial p_2} = \left[\frac{p_1 - p_2 + t}{2t} - \frac{p_2 - c}{2t} \right] N = 0 \rightarrow p_2 = \frac{p_1 + t + c}{2}$$



$$\begin{cases} p_1 = \frac{p_2 + t + c}{2} \\ p_2 = \frac{p_1 + t + c}{2} \end{cases} \rightarrow p_1^* = p_2^* = c + t$$

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Le imprese fanno pagare il costo marginale di produzione più una somma t
- A questi prezzi si dividono il mercato a metà ed il consumatore marginale è al centro della via

$$x^m = \frac{1}{2}$$

- Le imprese fanno profitti positivi

$$\Pi^1 = \Pi^2 = \frac{(p^* - c)N}{2} = \frac{tN}{2}$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Le imprese fanno pagare il costo marginale di produzione più una somma t
- A questi prezzi si dividono il mercato a metà ed il consumatore marginale è al centro della via

$$x^m = \frac{1}{2}$$

- Le imprese fanno profitti positivi

$$\Pi^1 = \Pi^2 = \frac{(p^* - c)N}{2} = \frac{tN}{2}$$

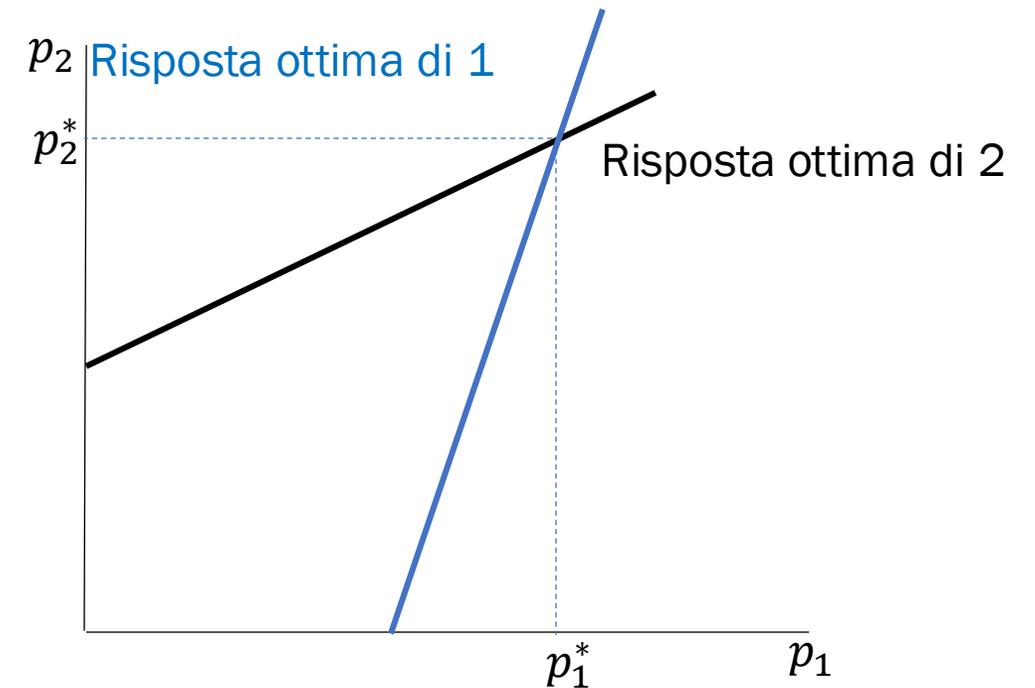
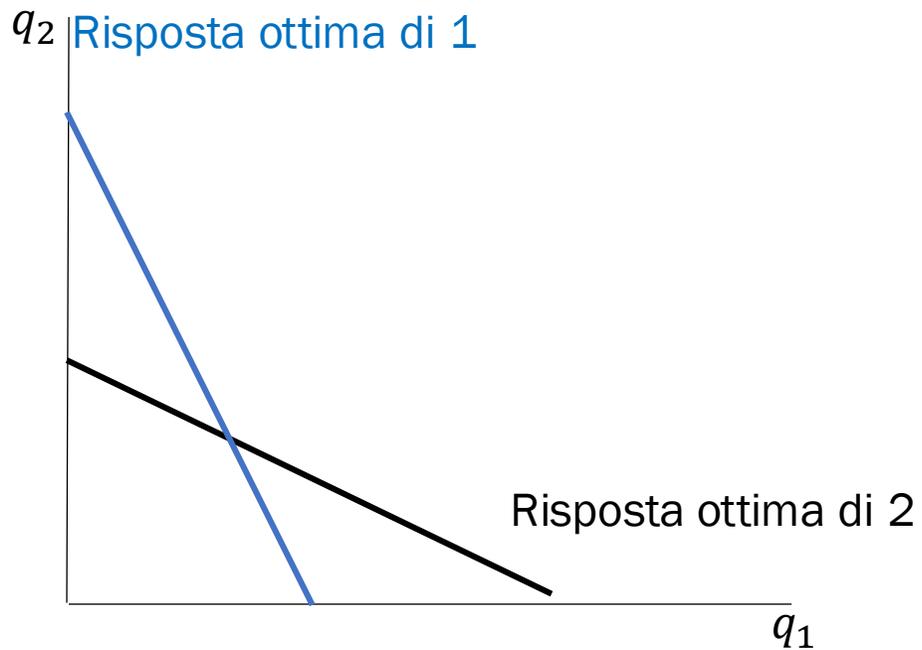
Notate che:

1. t è una misura del valore attribuita alla versione del bene preferita → se t è alto i consumatori hanno forti preferenze per il prodotto preferito
2. Quando t è alto la concorrenza sul prezzo delle due imprese si attenua
3. Il posizionamento delle imprese è anch'esso una variabile di scelta...lo vedremo in seguito
4. L'inclinazione delle funzioni di risposta ottima ci da indicazioni circa l'interazione strategica delle imprese → approfondiamo



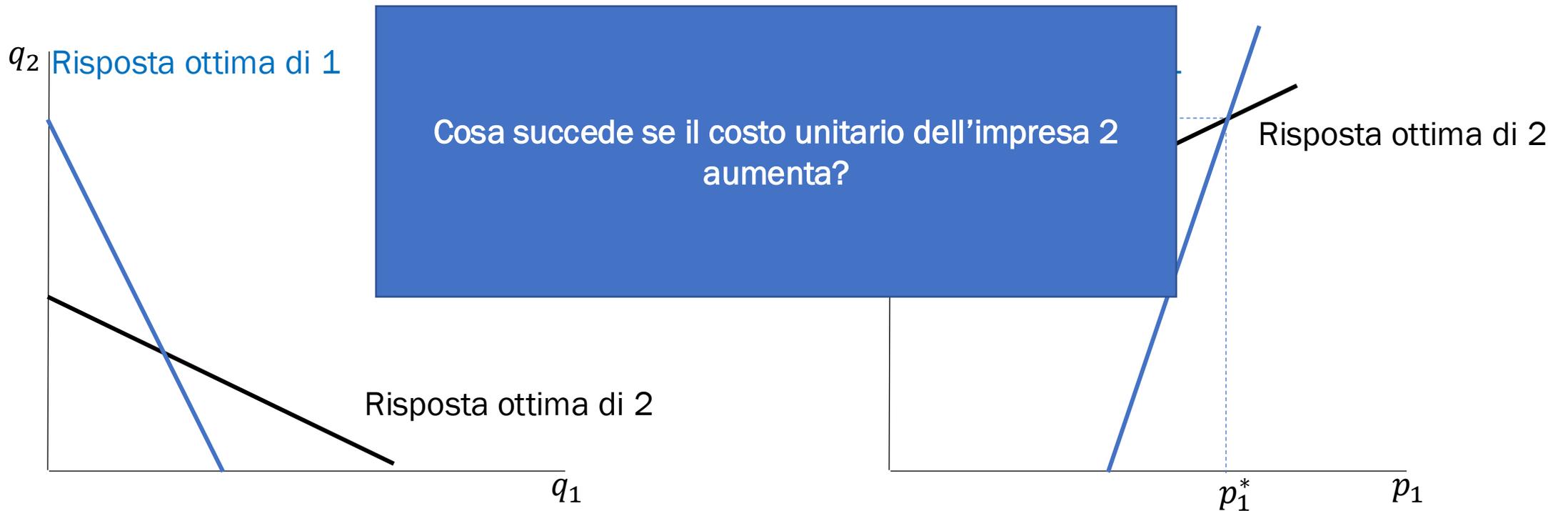
Risposta ottima e interazione strategica

Prendiamo in considerazione le funzioni di risposta ottima nel caso di Cournot e nel caso di Bertrand con differenziazione orizzontale



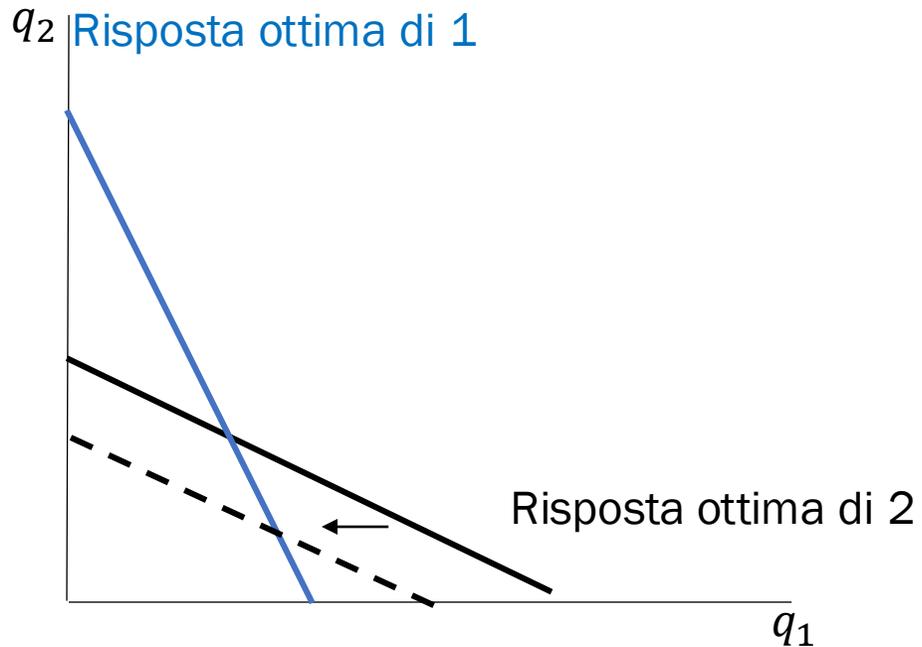
Risposta ottima e interazione strategica

Prendiamo in considerazione le funzioni di risposta ottima nel caso di Cournot e nel caso di Bertrand con differenziazione orizzontale



Risposta ottima e interazione strategica

Prendiamo in considerazione le funzioni di risposta ottima nel caso di Cournot e nel caso di Bertrand con differenziazione orizzontale



In Cournot la risposta ottima di 2 trasla verso l'interno
Questo vuol dire che l'impresa 1 ha una risposta aggressiva ed aumenta la sua produzione espandendo la sua quota di mercato

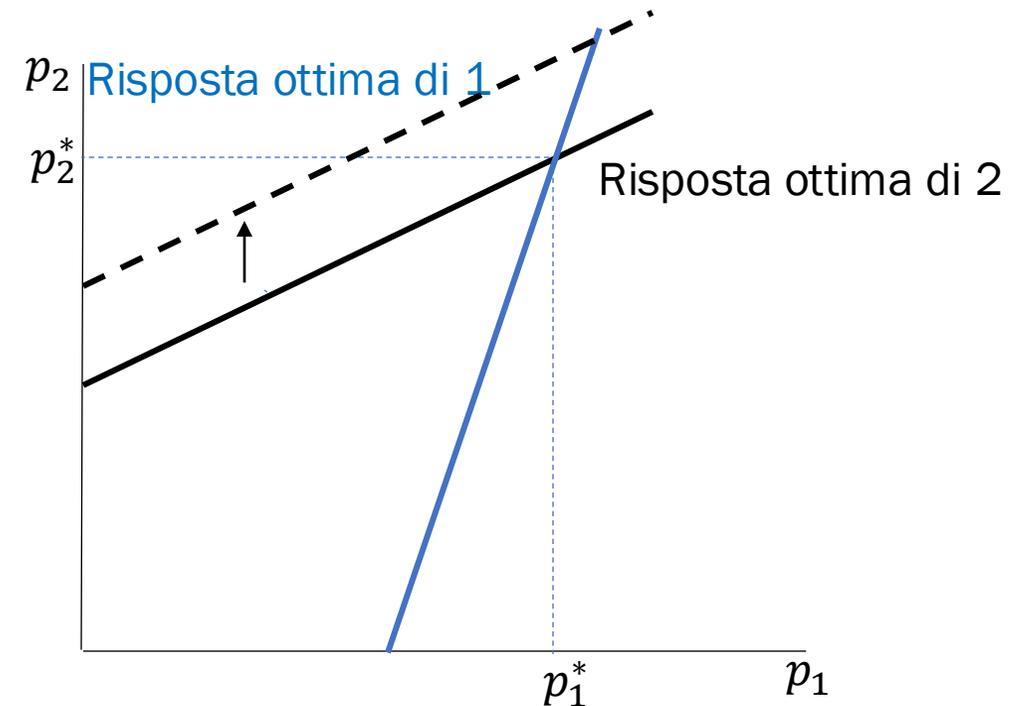
Risposta ottima e interazione strategica

Prendiamo in considerazione le funzioni di risposta ottima nel caso di Cournot e nel caso di Bertrand con differenziazione orizzontale

In Bertrand con differenziazione la risposta ottima di 2 trasla verso l'alto

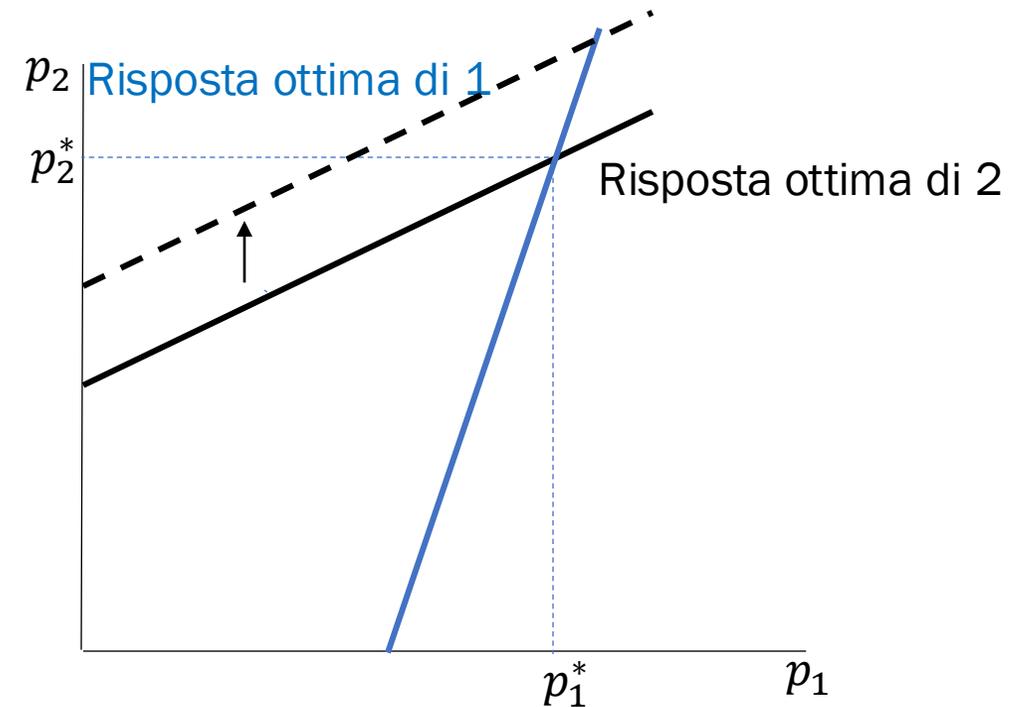
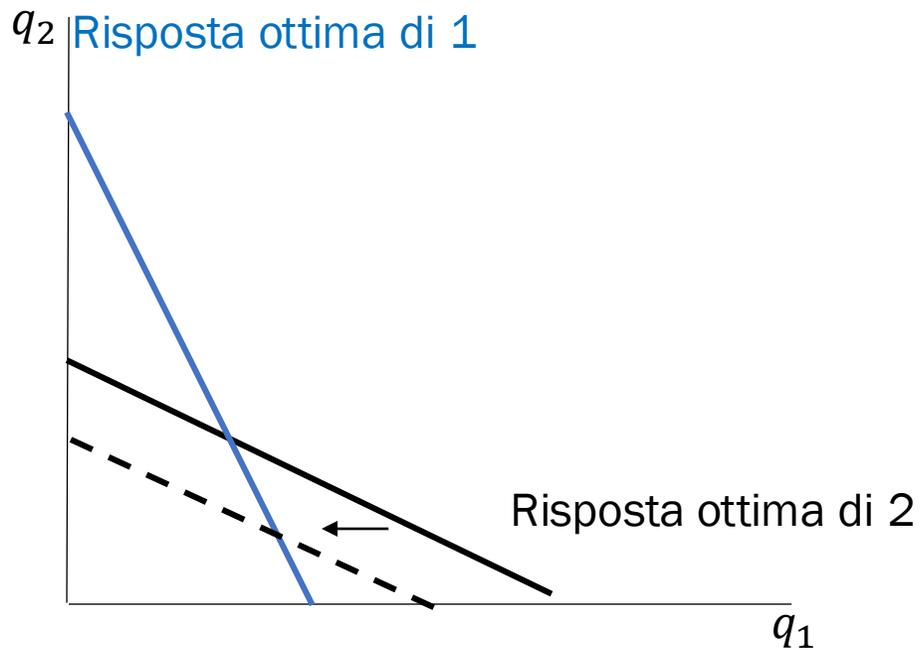
Visto che le risposte ottime sono inclinate positivamente, questo implica che l'impresa 1 ha una risposta accomodante e alzerà i prezzi

L'impresa 1 capisce che 2 non potrà fare prezzi molto bassi e che la competizione sui prezzi è diventata meno intensa e reagisce alzando il suo prezzo



Risposta ottima e interazione strategica

Prendiamo in considerazione le funzioni di risposta ottima nel caso di Cournot e nel caso di Bertrand con differenziazione orizzontale



Risposta ottima e interazione strategica

Quando le funzioni di risposta ottima sono **inclinate positivamente** si dice che le strategie (i prezzi nel caso di Bertrand) sono **complementi strategici**

Quando le funzioni di risposta ottima sono **inclinate negativamente** si dice che le strategie (le quantità nel caso di Cournot) sono **sostituti strategici**

Quali fattori influenzano la scelta della variabile strategica?

- Nei settori dove le imprese stabiliscono piani di produzione molto prima di mettere in vendita i prodotti è ragionevole pensare che le imprese competano in termini di quantità
 - Ad esempio, il mercato energetico mondiale, piantagioni di caffè, settore automobilistico
- Nei settori dei servizi (banche, assicurazioni) ma anche in alcune branche del manifatturiero (imprese che producono detersivi) la concorrenza sui prezzi per accaparrarsi il cliente è forte

