

Competizione Oligopolistica: Giochi Dinamici

Flavio Porta

ORGANIZZAZIONE INDUSTRIALE E TEORIA DEGLI INCENTIVI (12 CREDITI)

Modulo di Organizzazione Industriale



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI BERGAMO

Dipartimento
di Ingegneria Gestionale,
dell'Informazione e della Produzione

Fonte/i:

- L. Pepall, D. Richards, G. Norman, G. Calzolari (2017),
Organizzazione industriale
McGraw-Hill Education (Capitolo 10);



Introduzione

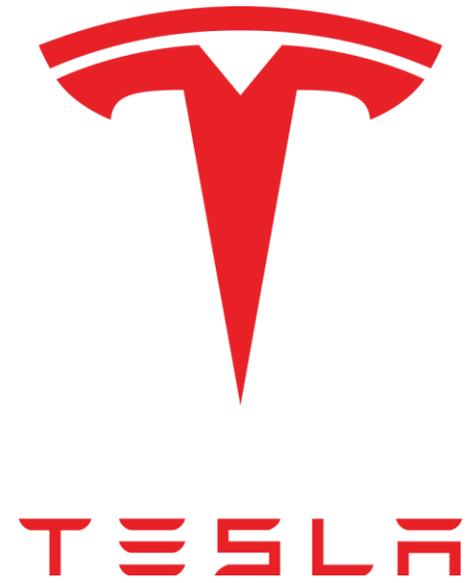
Spesso le decisioni delle imprese non sono simultanee ma un'impresa ha il tempo di osservare la mossa dell'avversario (si pensi alla competizione tra apple e microsoft o apple e samsung per i telefoni)

Inoltre, come abbiamo visto, in diversi «stadi» del gioco si hanno a disposizione azioni diverse (per esempio si sceglie prima la capacità produttiva ed in un secondo momento il prezzo)

Cominciamo ad analizzare la concorrenza oligopolistica in giochi dinamici ripartendo da Bertrand con differenziazione orizzontale. E analizziamo sia la decisione di prezzo ma anche la scelta di collocamento delle due imprese sulla via centrale



Esempi



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Assunzioni che teniamo:

- Vi è una linea di lunghezza unitaria e il mercato è fornito da 2 imprese concorrenti
- Tutti i consumatori attribuiscono un valore V al loro prodotto preferito (molto maggiore del costo marginale)
- Ci sono N consumatori e ogni consumatore acquista un'unità di prodotto

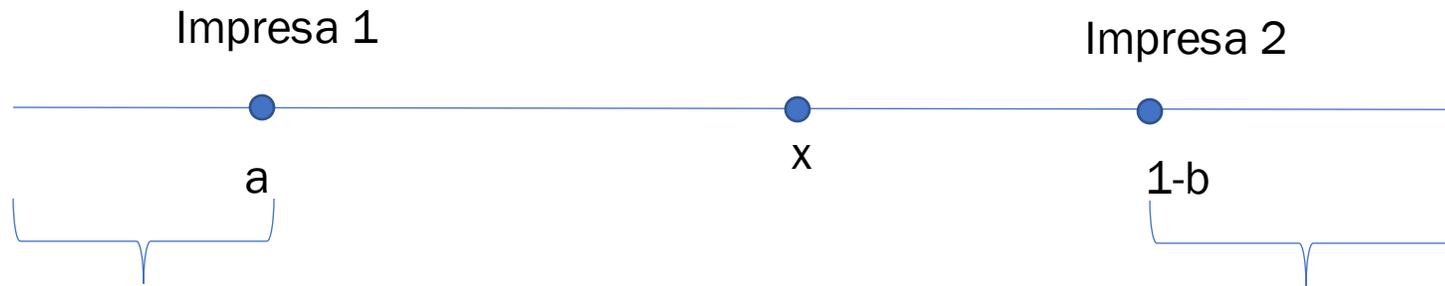
Assunzioni che modifichiamo

- Costo di trasporto *convesso* td^2
- Le imprese scelgono al primo stadio la localizzazione
- Le imprese competono sul prezzo nel secondo stadio



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Cominciamo dal secondo stadio (induzione a ritroso)
- Indichiamo con a e $1-b$ la localizzazione delle imprese lungo la via



Distanza dall'estremità sinistra di 1 = a

Distanza dall'estremità destra di 2 = b

- Se il consumatore acquista il bene 1 dall'impresa 1 otterrà un surplus pari a $V - p_1 - t(x - a)^2$
- Se il consumatore acquista il bene 2 dall'impresa 2 otterrà un surplus pari a $V - p_2 - t(1 - b - x)^2$
- → il consumatore acquista il bene che gli darà maggior surplus

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Quando tutto il mercato viene servito esiste un consumatore che sarà indifferente tra comprare il bene 1 o il bene 2 → **Consumatore marginale** x^m

$$V - p_1 - t(x^m - a)^2 = V - p_2 - t(1 - b - x^m)^2$$

Risolviendo per x^m

$$V - p_1 - t(x^m - a)^2 = V - p_2 - t(1 - b - x^m)^2$$

$$-p_1 - t(x^{m2} + a^2 - 2ax^m) = -p_2 - t[(1 - b)^2 + x^{m2} - 2(1 - b)x^m]$$

$$p_2 - p_1 - 2tx^m[-a + (1 - b)] - ta^2 + t(1 - b)^2 = 0$$

$$p_2 - p_1 + t[(1 - b)^2 - a^2] = 2tx^m[1 - a - b]$$

$$\rightarrow (1 - b + a)(1 - b - a)$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

$$p_2 - p_1 + t[(1 - b + a)(1 - b - a)] = 2tx^m[1 - a - b]$$

$$x^m = \frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - b + a}{2}$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

$$p_2 - p_1 + t[(1 - b + a)(1 - b - a)] = 2tx^m[1 - a - b]$$

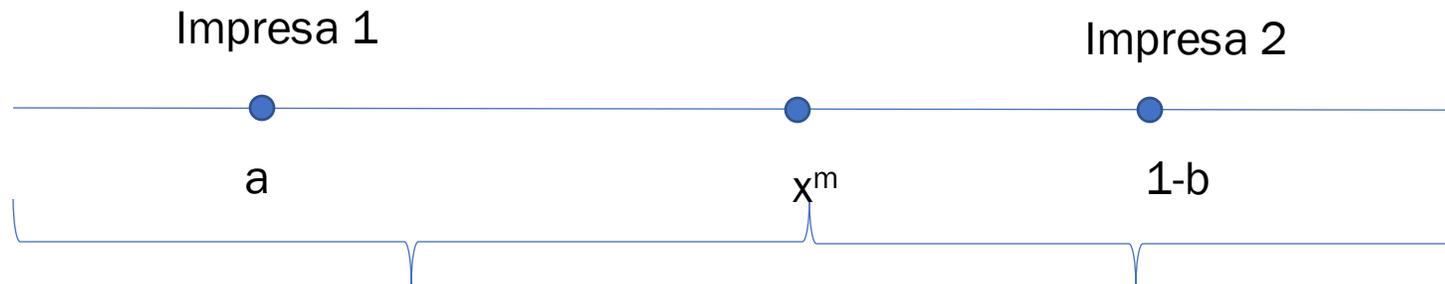
$$x^m = \frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - b + a - a + a}{2} = \frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - b - a}{2} + a$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

$$p_2 - p_1 + t[(1 - b + a)(1 - b - a)] = 2tx^m[1 - a - b]$$

$$x^m = \frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - b + a - a + a}{2} = \frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - b - a}{2} + a$$



Tutti i consumatori a sx di x^m comprano dall'impresa 1

Tutti i consumatori a dx di x^m comprano dall'impresa 2

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- La funzione di domanda fronteggiata dall'impresa 1 per una data localizzazione delle imprese e una combinazione di prezzi per cui l'intero mercato è servito è

$$D^1(a, b, p_1, p_2) = x^m(p_1, p_2)N = N \left[\frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - a - b}{2} + a \right]$$

La funzione di domanda fronteggiata dall'impresa 2

$$D^2(a, b, p_1, p_2) = [1 - x^m(p_1, p_2)]N = N \left[\frac{p_1 - p_2}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - a - b}{2} + b \right]$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Possiamo calcolare le funzioni di profitto

$$\Pi^1(p_1, p_2) = (p_1 - c)D^1(a, b, p_1, p_2) = (p_1 - c)N \left[\frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - a - b}{2} + a \right]$$

$$\Pi^2(p_1, p_2) = (p_2 - c)D^2(a, b, p_1, p_2) = (p_2 - c)N \left[\frac{p_1 - p_2}{2t(1 - a - b)} + \frac{1 - a - b}{2} + b \right]$$

Per trovare le risposte ottime dobbiamo capire come variano i profitti di un'impresa al variare del suo prezzo per un dato prezzo dell'avversario

→ prendiamo la derivata $\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1}$ e la poniamo uguale a zero.

$$\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} = \{p_2 - 2p_1 + c - t[a^2 - (1 - b)^2]\}N = 0$$

$$\frac{\partial \Pi^2}{\partial p_2} = \{p_1 - 2p_2 + c - t[b^2 - (1 - a)^2]\}N = 0$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Risolviamo per i prezzi ottenendo le due funzioni di reazione

$$p_1 = \frac{1}{2} \{p_2 + c - t[a^2 - (1 - b)^2]\}$$

$$p_2 = \frac{1}{2} \{p_1 + c - t[b^2 - (1 - a)^2]\}$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Risolviamo per i prezzi ottenendo le due funzioni di reazione

$$p_1 = \frac{1}{2} \{p_2 + c - t[a^2 - (1 - b)^2]\}$$

$$p_2 = \frac{1}{2} \{p_1 + c - t[b^2 - (1 - a)^2]\}$$

Mettendo a sistema otteniamo i prezzi di equilibrio (che dipendono da la localizzazione)

Prezzi ottimali al secondo stadio a seconda di ogni possibile localizzazione

$$p_1^* = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{a - b}{3}\right)$$

$$p_2^* = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{b - a}{3}\right)$$

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Risolviamo per i prezzi ottenendo le due funzioni di reazione

$$p_1 = \frac{1}{2} \{p_2 + c - t[a^2 - (1 - b)^2]\}$$

$$p_2 = \frac{1}{2} \{p_1 + c - t[b^2 - (1 - a)^2]\}$$

Mettendo a sistema otteniamo i prezzi di equilibrio (che dipendono da la localizzazione)

Prezzi ottimali al secondo stadio a seconda di ogni possibile localizzazione

$$p_1^* = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{a - b}{3}\right)$$

$$p_2^* = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{b - a}{3}\right)$$

Se $a=1-b$
(cioè stessa localizzazione)
→ $p=c$
Se si collocano ai due estremi
($a=0, 1-b=1$)
→ $p=c+t$
(stesso risultato che con costi lineari)



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

- Risolviamo per i prezzi ottenendo le due funzioni di reazione

Più le imprese sono vicine tra loro più i prezzi sono bassi!
i.e., i prodotti sono meno differenziati e la concorrenza è più intensa

Mettendo a sistema otteniamo i prezzi di equilibrio (che dipendono da la localizzazione)

Prezzi ottimali al secondo stadio a seconda di ogni possibile localizzazione

$$p_1^* = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{a - b}{3} \right)$$

$$p_2^* = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{b - a}{3} \right)$$

Se $a=1-b$
(cioè stessa localizzazione)
→ $p=c$
Se si collocano ai due estremi
($a=0, 1-b=1$)
→ $p=c+t$
(stesso risultato che con costi lineari)



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Procediamo a ritroso e guardiamo al primo stadio

- 1) Sostituiamo i prezzi ottimi nelle funzioni di profitto (cosicché i profitti dipendano solo dalle localizzazioni). Cominciamo dall'impresa 1

$$\Pi^1(p_1, p_2) = [p_1^*(a, b) - c]D^1(a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b))$$

- 2) Deriviamo il profitto rispetto alla variabile di scelta dell'impresa 1, (a)

$$\frac{d\Pi^1}{da} = \frac{\partial \Pi^1}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a}$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Procediamo a ritroso e guardiamo al primo stadio

- 1) Sostituiamo i prezzi ottimi nelle funzioni di profitto (cosicché i profitti dipendano solo dalle localizzazioni). Cominciamo dall'impresa 1

$$\Pi^1(p_1, p_2) = [p_1^*(a, b) - c]D^1(a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b))$$

- 2) Deriviamo il profitto rispetto alla variabile di scelta dell'impresa 1, (a)

$$\frac{d\Pi^1}{da} = \frac{\partial \Pi^1}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a}$$



Effetto diretto



Se a aumenta (l'impresa 1 si sposta verso l'impresa 2), sarà in grado di portar via alcuni consumatori all'impresa 2 (il consumatore marginale si sposta vs dx) \rightarrow l'effetto porta l'impresa 1 ad avvicinarsi all'impresa 2

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Procediamo a ritroso e guardiamo al primo stadio

- 1) Sostituiamo i prezzi ottimi nelle funzioni di profitto (cosicché i profitti dipendano solo dalle localizzazioni). Cominciamo dall'impresa 1

$$\Pi^1(p_1, p_2) = [p_1^*(a, b) - c]D^1(a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b))$$

- 2) Deriviamo il profitto rispetto alla variabile di scelta dell'impresa 1, (a)

$$\frac{d\Pi^1}{da} = \frac{\partial \Pi^1}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a}$$



=0 (→ I prezzi sono ottimali)

Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Procediamo a ritroso e guardiamo al primo stadio

- 1) Sostituiamo i prezzi ottimi nelle funzioni di profitto (cosicché i profitti dipendano solo dalle localizzazioni). Cominciamo dall'impresa 1

$$\Pi^1(p_1, p_2) = [p_1^*(a, b) - c]D^1(a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b))$$

- 2) Deriviamo il profitto rispetto alla variabile di scelta dell'impresa 1, (a)

$$\frac{d\Pi^1}{da} = \frac{\partial \Pi^1}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \frac{\partial \Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a}$$



Effetto strategico



Passa dalla reazione del rivale una volta che 1 si è avvicinata

Il rivale reagirà abbassando il prezzo ($\partial p_2^*/\partial a < 0$)

Se il rivale abbassa il prezzo i profitti dell'impresa 1 si riducono ($\partial \Pi_1/\partial p_2 > 0$)

L'effetto strategico spinge ad allontanarsi dall'impresa rivale



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Qual è l'effetto totale?

$$\frac{d\Pi^1}{da} = \frac{\partial\Pi^1}{\partial a} + \frac{\partial\Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \frac{\partial\Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a} = -t \frac{1}{18} (2 + a + 1 - b)(1 + 3a + b)$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Qual è l'effetto totale?

$$\frac{d\Pi^1}{da} = \frac{\partial\Pi^1}{\partial a} + \frac{\partial\Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \frac{\partial\Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a} = -t \frac{1}{18} \underbrace{(2 + a + 1 - b)}_{>0} \underbrace{(1 + 3a + b)}_{>0} < 0$$



Differenziazione Orizzontale - Hotelling

Qual è l'effetto totale?

$$\frac{d\Pi^1}{da} = \frac{\partial\Pi^1}{\partial a} + \frac{\partial\Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a} + \frac{\partial\Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a} = -t \frac{1}{18} (2 + a + 1 - b)(1 + 3a + b) < 0$$

- l'effetto totale è negativo → l'effetto strategico è dominante
- L'effetto strategico è tanto più elevato tanto più i consumatori sono sensibili a variazioni di prezzo (i costi aumentano più che proporzionalmente con la distanza)
- l'impresa 1 cercherà di allontanarsi il più possibile dall'impresa 2
- Il problema per l'impresa 2 è simmetrico → l'impresa 2 cercherà di allontanarsi il più possibile dall'impresa 1
- Si collocheranno agli estremi della via → MASSIMA DIFFERENZIAZIONE



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- 2 imprese
- Primo stadio scelgono la qualità del bene
- Secondo stadio competono sul prezzo
- I consumatori hanno informazione perfetta circa la qualità del prodotto
- Ci sono N consumatori che si differenziano rispetto alla valutazione dell'importanza della qualità
- L'utilità che hanno dall'acquisto del prodotto i è

$$U = zs_i - p_i$$

Dove z è la valutazione della qualità, s è la qualità del prodotto i e p è il prezzo del prodotto.

- $z \sim U(0,1)$



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- Come al solito procediamo a ritroso → troviamo i prezzi di equilibrio in funzione della qualità
- Assumiamo che i costi di produzione siano nulli a prescindere dalla qualità del prodotto
- Assumiamo anche che esista un livello massimo di qualità che le imprese possono produrre, s' .
- Immaginiamo che $s_2 > s_1$

I consumatori si dividono in 3 gruppi

1. Consumatori con elevata valutazione della qualità che preferiscono acquistare il prodotto 2
2. Consumatori con una valutazione intermedia della qualità che acquistano il prodotto 1
3. Consumatori che non acquistano alcun prodotto



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- Troviamo il consumatore marginale che differenzia il gruppo 1 dal gruppo 2, e il consumatore marginale che differenzia il gruppo 2 dal gruppo 3.

Il consumatore marginale (indifferente tra s_2 e s_1) è rappresentato da una z tale che

$$zs_1 - p_1 = zs_2 - p_2 \rightarrow \bar{z} = \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}$$

→ La domanda dell'impresa 2 sarà

$$D_2(p_1, p_2) = N[1 - \bar{z}] = N\left(1 - \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}\right)$$

Il consumatore indifferente tra acquistare o non acquistare avrà una z tale che

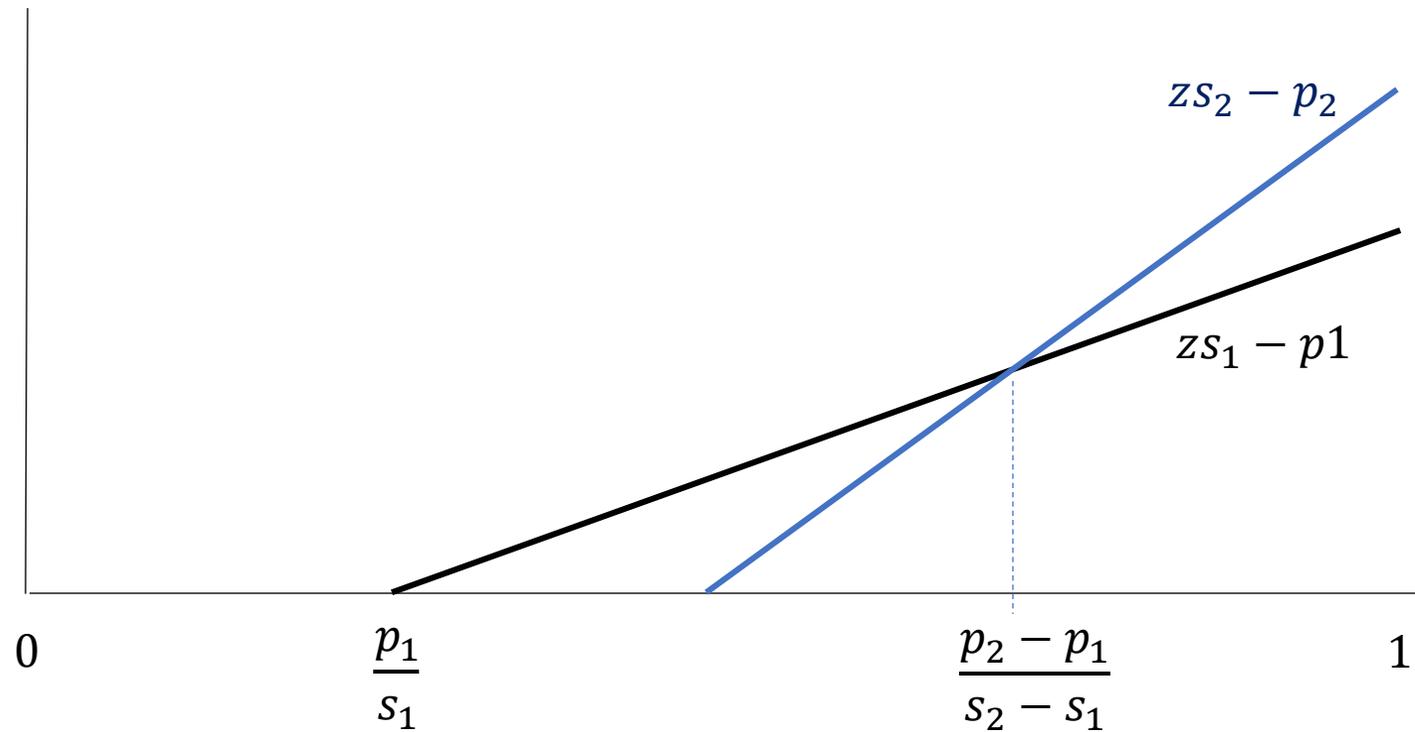
$$zs_1 - p_1 = 0 \rightarrow \underline{z} = \frac{p_1}{s_1}$$

→ La domanda che fronteggia l'impresa 1 è quindi

$$D_1(p_1, p_2) = N[\bar{z} - \underline{z}] = N\left(\frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} - \frac{p_1}{s_1}\right)$$



Differenziazione Verticale in Oligopolio



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- I profitti delle due imprese sono quindi

$$\Pi_1(p_1, p_2, s_1, s_2) = p_1 D_1(p_1, p_2) = p_1 N \left(\frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} - \frac{p_1}{s_1} \right)$$

$$\Pi_2(p_1, p_2, s_1, s_2) = p_2 D_2(p_1, p_2) = p_2 N \left(1 - \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \right)$$



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- I profitti delle due imprese sono quindi

$$\Pi_1(p_1, p_2, s_1, s_2) = p_1 D_1(p_1, p_2) = p_1 N \left(\frac{p_2 - p_1}{s_1 - s_2} - \frac{p_1}{s_1} \right)$$

$$\Pi_2(p_1, p_2, s_1, s_2) = p_2 D_2(p_1, p_2) = p_2 N \left(1 - \frac{p_2 - p_1}{s_1 - s_2} \right)$$

Possiamo quindi derivare i profitti rispetto alla variabile di scelta e porre la derivata =0 per trovare le funzioni di reazione in funzione della qualità



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- I profitti delle due imprese sono quindi

$$\Pi_1(p_1, p_2, s_1, s_2) = p_1 D_1(p_1, p_2) = p_1 N \left(\frac{p_2 - p_1}{s_1 - s_2} - \frac{p_1}{s_1} \right)$$

$$\Pi_2(p_1, p_2, s_1, s_2) = p_2 D_2(p_1, p_2) = p_2 N \left(1 - \frac{p_2 - p_1}{s_1 - s_2} \right)$$

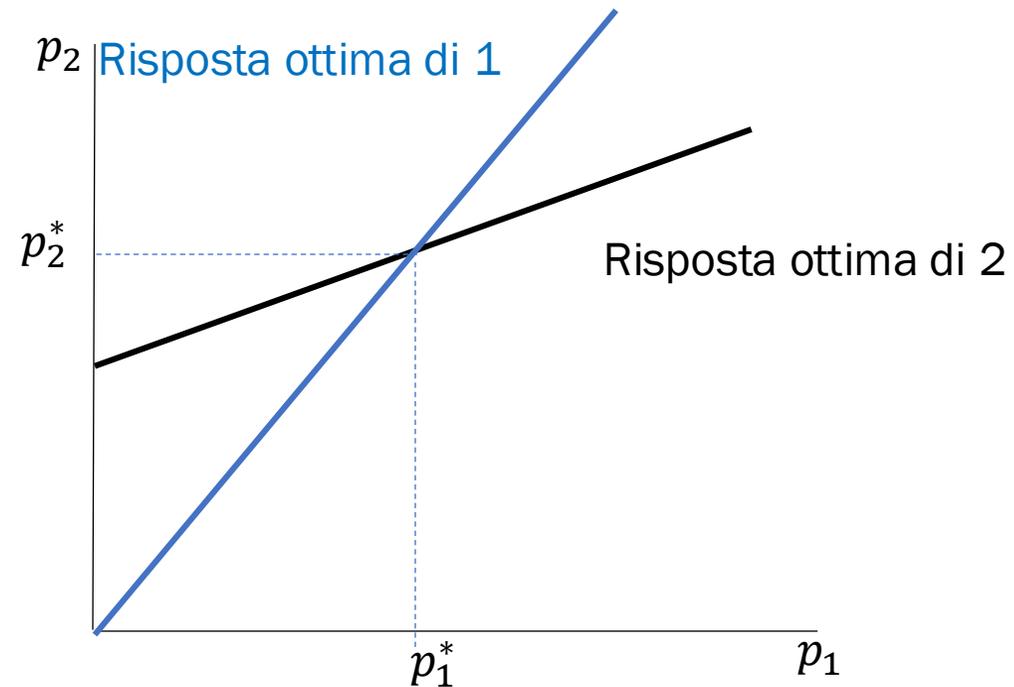
Possiamo quindi derivare i profitti rispetto alla variabile di scelta e porre la derivata =0 per trovare le funzioni di reazione in funzione della qualità

$$p_1 = \frac{1}{2} \frac{s_1}{s_2} p_2$$

$$p_2 = \frac{1}{2} (p_1 + s_2 - s_1)$$



Differenziazione Verticale in Oligopolio



$$\begin{cases} p_1 = \frac{1}{2} \frac{s_1}{s_2} p_2 \\ p_2 = \frac{1}{2} (p_1 + s_2 - s_1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_2^* = 2s_2 \frac{s_2 - s_1}{4s_2 - s_1} \\ p_1^* = s_1 \frac{s_2 - s_1}{4s_2 - s_1} \end{cases}$$

Differenziazione Verticale in Oligopolio

- Procediamo a ritroso e consideriamo ora la scelta della qualità dati i prezzi ottimali
- Inseriamo i prezzi nelle funzioni di profitto e ottimizziamo rispetto alla qualità

$$\Pi_1(s_1, s_2) = s_1 s_2 \frac{s_2 - s_1}{(4s_2 - s_1)^2}$$

$$\Pi_2(s_1, s_2) = 4s_2 \frac{s_2 - s_1}{(4s_2 - s_1)^2}$$



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- Procediamo a ritroso e consideriamo ora la scelta della qualità dati i prezzi ottimali
- Inseriamo i prezzi nelle funzioni di profitto e ottimizziamo rispetto alla qualità

$$\Pi_1(s_1, s_2) = s_1 s_2 \frac{s_2 - s_1}{(4s_2 - s_1)^2}$$

$$\Pi_2(s_1, s_2) = 4s_2 \frac{s_2 - s_1}{(4s_2 - s_1)^2}$$

Consideriamo ora la scelta dell'impresa 2 (quella che offre la qualità più elevata)

$$\frac{\partial \Pi_2(s_1, s_2)}{\partial s_2} = \frac{4s_2(s_2 - s_1) + 2s_1^2 + s_2 s_1}{(4s_2 - s_1)^2} > 0$$



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- Procediamo a ritroso e consideriamo ora la scelta della qualità dati i prezzi ottimali
- Inseriamo i prezzi nelle funzioni di profitto e ottimizziamo rispetto alla qualità

$$\Pi_1(s_1, s_2) = s_1 s_2 \frac{s_2 - s_1}{(4s_2 - s_1)^2}$$

$$\Pi_2(s_1, s_2) = 4s_2 \frac{s_2 - s_1}{(4s_2 - s_1)^2}$$

Consideriamo ora la scelta dell'impresa 2 (quella che offre la qualità più elevata)

$$\frac{\partial \Pi_2(s_1, s_2)}{\partial s_2} = \frac{4s_2(s_2 - s_1) + 2s_1^2 + s_2 s_1}{(4s_2 - s_1)^2} > 0 \rightarrow s_2 = s'$$



Differenziazione Verticale in Oligopolio

- Cosa fa l'impresa 1?

$$\frac{\partial \Pi_1(s_1, s_2)}{\partial s_1} = 0 \rightarrow s_1 = \frac{4}{7} s_2 = \frac{4}{7} s'$$

→ Anche nel caso di differenziazione verticale le imprese hanno interesse a mantenere differenziati i propri prodotti

L'impresa 1 ha la possibilità di scegliere la stessa qualità dell'impresa 2 ma in quel caso i prezzi (e i profitti) crollerebbero a 0

Scegliendo una qualità inferiore l'impresa 1 riesce a generare profitti positivi



Gioco sequenziale – Stackelberg (concorrenza sulle quantità)

- Modello che spiega il «vantaggio della prima mossa» → le imprese leader fanno più profitti
- Entrare per primi in un mercato genera vantaggi
- Le imprese scelgono la quantità ma non simultaneamente ma in maniera sequenziale
- L'impresa che sceglie per prima → impresa leader (impresa 1)
- L'impresa che effettua la seconda mossa → follower (impresa 2)
- Domanda di mkt: $P = A - BQ = A - B(q_1 + q_2)$
- $MC_1 = MC_2 = c$

- (il gioco è dinamico perché si svolge in 2 periodi, ma ogni impresa è attiva solo in un periodo)
- Come al solito procediamo con l'induzione a ritroso determinando la risposta ottima dell'impresa 2 nel secondo periodo



Gioco sequenziale – Stackelberg (concorrenza sulle quantità)

- Secondo Stadio

$$\begin{aligned}P &= (A - Bq_1) - Bq_2 \\R_2' &= (A - Bq_1) - 2Bq_2\end{aligned}$$

- Massimizziamo ponendo $MC=R'$

$$(A - Bq_1) - 2Bq_2 = c \rightarrow q_2(q_1) = \frac{A - c}{2B} - \frac{q_1}{2}$$



Gioco sequenziale – Stackelberg (concorrenza sulle quantità)

- **Primo stadio**
- Se l'impresa 1 è razionale allora sa perfettamente che una volta che lei ha scelto la quantità l'impresa 2 reagirà usando la propria funzione di reazione. Anticipa quindi il comportamento del follower.
- Sostituiamo la funzione di reazione di 2 nella funzione di domanda

$$P = A - B(q_1 + q_2(q_1)) = A - B \left[q_1 + \frac{A - c}{2B} - \frac{q_1}{2} \right] = \frac{A + c}{2} - \frac{B}{2} q_1$$

$$R'_1 = \frac{A + c}{2} - Bq_1$$

- Poniamo $MC=R'$

$$\frac{A + c}{2} - Bq_1 = c \rightarrow q_1^* = \frac{A - c}{2B}$$



Gioco sequenziale – Stackelberg (concorrenza sulle quantità)

- Sostituendo nella funzione di reazione del follower otteniamo la quantità dell'impresa 2 e il prezzo di mercato

$$q_2^* = \frac{A - c}{2B} - \frac{q_1^*}{2} = \frac{A - c}{4B}, \quad q_1^* = \frac{A - c}{2B}, \quad Q = \frac{3A - c}{4B}, \quad P = \frac{A + 3c}{4}$$

- Confrontiamo con Cournot

$$q_1^* = q_2^* = \frac{A - c}{3B}, \quad Q = \frac{2A - c}{3B}, \quad P = \frac{A + 2c}{3}$$

- La quantità totale prodotta (e il prezzo) è maggiore (minore) in Stackelberg che in (Cournot)
- L'impresa leader sceglie l'output di monopolio (con curve di domanda lineari)
- L'impresa leader produce di più che in Cournot, e fa profitti maggiori del follower (ricordate che le due imprese sono identiche!)



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- Ipotizziamo che le regole del gioco, la domanda e i costi siano le stesse che in Stackelberg, ma adesso la variabile di scelta non siano più le quantità ma i prezzi
- L'impresa leader sceglie il prezzo per prima e l'impresa follower lo sceglie per seconda
- Cosa succederà?



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- Ipotizziamo che le regole del gioco, la domanda e i costi siano le stesse che in Stackelberg, ma adesso la variabile di scelta non siano più le quantità ma i prezzi
- L'impresa leader sceglie il prezzo per prima e l'impresa follower lo sceglie per seconda
- Cosa succederà?
 - l'equilibrio sarà identico a quello di Bertrand!
 - Se 1 fissa un prezzo maggiore al costo, l'impresa 2 fisserà un prezzo leggermente inferiore e si prenderà l'intero mercato
 - Il leader anticipa il comportamento di 2 e il meglio che può fare è fissare un prezzo uguale a c e servire l'intero mercato

In questo caso non c'è nessun vantaggio della prima mossa

...le cose funzionano diversamente però se i prodotti sono differenziati...



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- Torniamo al nostro modello di Hotelling con 2 imprese collocate agli estremi della via centrale, i consumatori uniformemente distribuiti lungo la via che acquistano un'unità di prodotto e che hanno prezzo di riserva pari a V (molto maggiore dei costi di produzione, c).
- Assumiamo per semplicità che i costi di trasporto siano lineari (t)
- Assumiamo ora che il gioco sia sequenziale e l'impresa 1 fissi i prezzi per prima
- Come nel caso precedente dobbiamo identificare il consumatore marginale x^m

$$V - p_1 - tx^m = V - p_2 - t(1 - x^m) \rightarrow x^m = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- Otteniamo le funzioni di domanda

$$D^1(p_1, p_2) = x^m(p_1, p_2)N = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} N$$

$$D^2(p_1, p_2) = [1 - x^m(p_1, p_2)]N = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} N$$



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- Otteniamo le funzioni di domanda

$$D^1(p_1, p_2) = x^m(p_1, p_2)N = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} N$$

$$D^2(p_1, p_2) = [1 - x^m(p_1, p_2)]N = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} N$$

- Procediamo a ritroso ottenendo la funzione di reazione dell'impresa 2 (massimizzando i profitti rispetto a p_2)

$$p_2 = \frac{p_1 + t + c}{2}$$



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- funzione di reazione dell'impresa 2: $p_2 = \frac{p_1 + t + c}{2}$
 - Passiamo adesso al primo stadio del gioco. L'impresa anticipa la reazione dell'impresa 2 (sotto ipotesi di razionalità)
- inseriamo la funzione di reazione di 2 nella funzione di domanda dell'impresa 1

$$D^1(p_1) = \frac{p_2(p_1) - p_1 + t}{2t} N = \frac{N}{4t} (c + 3t - p_1)$$

I profitti sono:

$$\Pi_1(p_1) = (p_1 - c) \frac{N}{4t} (c + 3t - p_1)$$



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- Massimizzando i profitti rispetto a p_1 otteniamo

$$\frac{d\Pi_1(p_1)}{dp_1} = \frac{N}{4t} [(c + 3t - p_1) - (p_1 - c)] = 0 \rightarrow p_1^* = c + \frac{3t}{2}$$

- Inserendo il prezzo di 1 nella funzione di reazione di 2 otteniamo il prezzo della seconda impresa

$$p_2^* = \frac{p_1^* + t + c}{2} = c + \frac{5t}{4}$$



Gioco sequenziale – Concorrenza sui prezzi

- Massimizzando i profitti rispetto a p_1 otteniamo

$$\frac{d\Pi_1(p_1)}{dp_1} = \frac{N}{4t} [(c + 3t - p_1) - (p_1 - c)] = 0 \rightarrow p_1^* = c + \frac{3t}{2}$$

- Inserendo il prezzo di 1 nella funzione di reazione di 2 otteniamo il prezzo della seconda impresa

$$p_2^* = \frac{p_1^* + t + c}{2} = c + \frac{5t}{4}$$

I prezzi sono diversi da quelli del gioco simultaneo ($p_1^* = p_2^* = c + t$)

1. Sono più alti
2. Non sono simmetrici $p_1^* > p_2^*$
 - a) L'impresa 1 serve i $3/8$ del mercato
 - b) Ottengono profitti $\Pi_1 = \frac{18Nt}{32}$, $\Pi_2 = \frac{25Nt}{32}$ → **Vantaggio della seconda mossa!**



Giochi sequenziali

Il fatto che esista un vantaggio/svantaggio della prima mossa dipende dall'assunzione che la prima impresa una volta che ha scelto la sua strategia non la può più cambiare.

Questa ipotesi è ragionevole se le imprese hanno installato capacità produttiva

Però cosa impedisce all'impresa 1 di abbassare il prezzo dopo che osserva quello fissato dall'impresa 2? Sembra meno plausibile...

Se 1 può reagire al prezzo di 2, allora si ritorna all'equilibrio del gioco simultaneo

Come per il gioco sequenziale di entrata quello che determina il vantaggio in Stackelberg è che l'impegno a produrre di più da parte dell'impresa leader sia CREDIBILE. La sua decisione di produzione è irreversibile.

