

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a e b , enunciare il teorema di Bézout e dimostrarlo nel caso particolare di $a = 637$ e $b = 420$ attraverso la determinazione del $\text{MCD}(637, 420)$.

Risulta $7 = 44 \times 420 - 29 \times 637$

- 2) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[308]_{10}$ e $[435]_{10}$ in base 9. Sommare i risultati in base 9 e controllare il risultato convertendolo in base 10 ed eseguendo la somma in base 10.

- 3) Fornire la definizione di numero primo. Dimostrare che i numeri primi sono infiniti.

- 4) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza. Il numero 1 è un numero primo? Motivare la propria risposta.

- 5) Si consideri la seguente relazione $\mathcal{R}$ su $\mathbb{N}$: si ha $n\mathcal{R}m$ se dividendo n e m per 7 si ottiene lo stesso resto.

- (a) Verificare che si tratta di una relazione di equivalenza.
- (b) Dato $n \in \mathbb{N}$ fornire la definizione di classe di equivalenza di n , denotata $[n]$.
- (c) Determinare quante classi di equivalenza diverse esistono rispetto alla relazione $\mathcal{R}$ e determinarle.

- 6) Si consideri la seguente proposizione “Solo le ellissi sono circonferenze”. **Non si chiede di dimostrarla né di trovare un controesempio.** Rispondere alle seguenti domande.

- (a) Riscrivere la proposizione precedente sotto forma “Se una curva è una ... allora è una ...”.
- (b) La proposizione precedente afferma che essere una circonferenza è condizione necessaria per essere una ellisse? È condizione sufficiente?

- 7) Siano $q_1 = 0,2\overline{6}$ e $q_2 = 2,5$. Convertire q_1 e q_2 in frazioni, calcolare poi $p_1 = q_1 \times q_2$ e $p_2 = q_1 : q_2$ e successivamente trasformare i risultati in allineamenti decimali. I risultati ottenuti sono plausibili (come ordine di grandezza)? Giustificare adeguatamente.