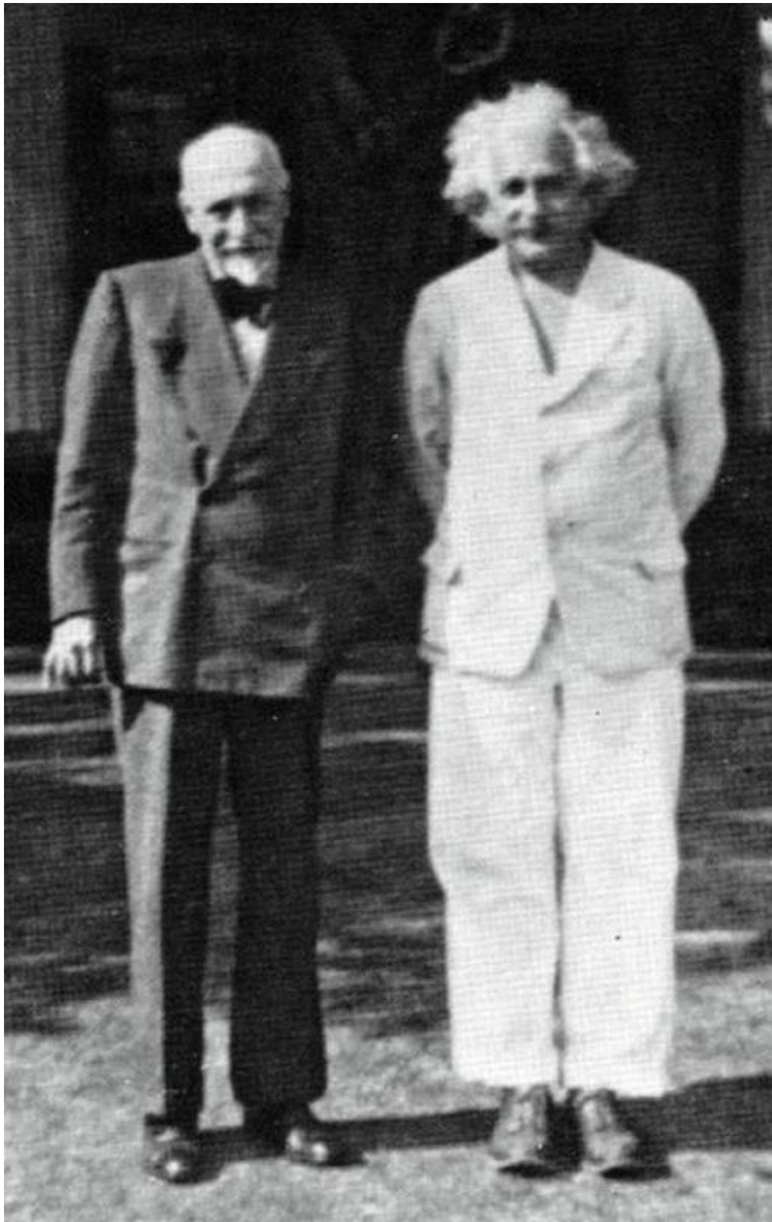
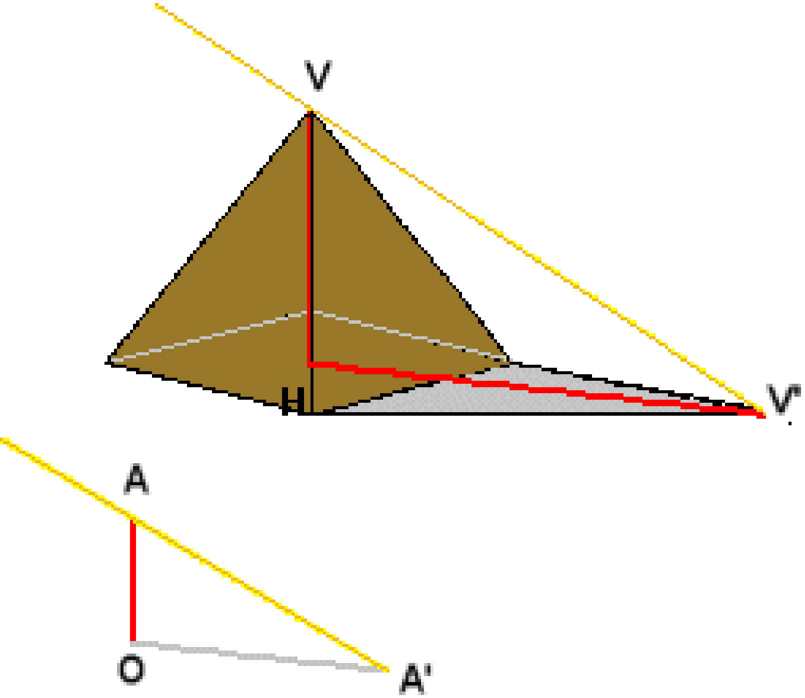
Alcuni "personaggi" della matematica moderna tra finzione e realtà

Gian Italo Bischi
Università di Urbino "Carlo Bo"

gian.bischi@uniurb.it

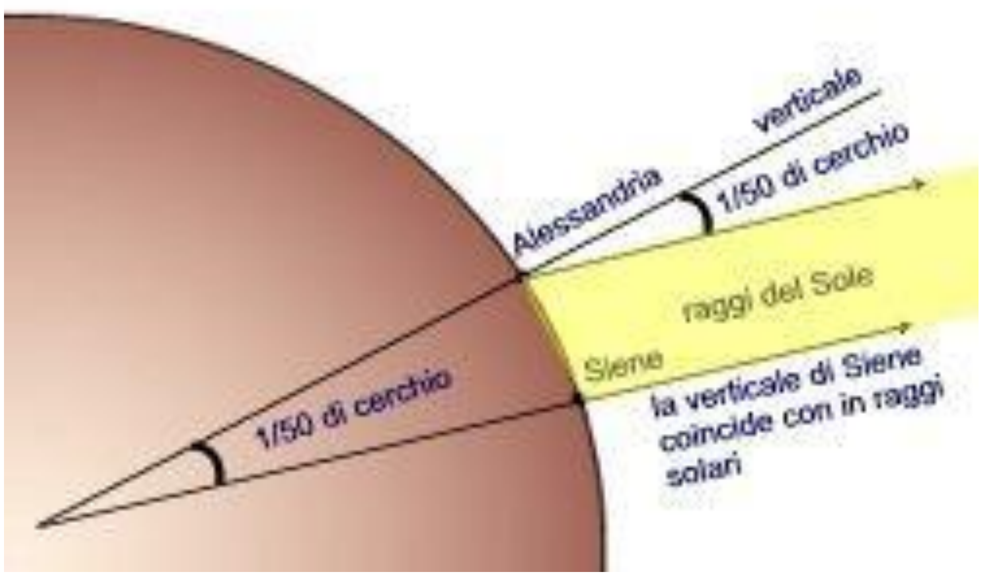


Summer School
La matematica tra il nulla e il tutto
San Pellegrino Terme 3-4–5 Settembre 2018



Talete di Mileto
VI secolo a. C.,

Eratostene di Cirene
III secolo a.C



Distanza Siene-Alessandria:
Circonferenza della terra =
Angolo tra bastone e ombra: 360°

Il risultato della misura di Eratostene fu di circa 39.655 km, molto vicino ai 40.075 km attualmente accettati

Postulati Geometria di Euclide (III sec. a. C.)

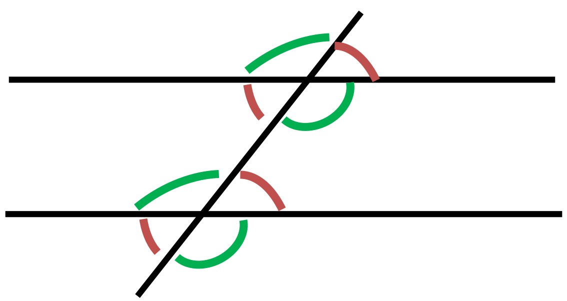
1) tra due punti qualsiasi è possibile tracciare uno ed un solo segmento;

2) si può prolungare un segmento oltre i due punti indefinitamente;

3) dato un punto e una lunghezza, è possibile descrivere un cerchio;

4) tutti gli angoli retti sono uguali;

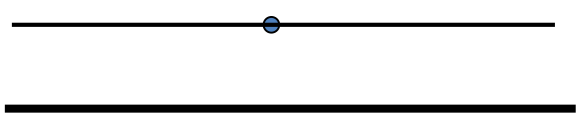
5) se una retta che taglia due rette determina dallo stesso lato angoli interni minori di due angoli retti, prolungando le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove i due angoli sono minori di due retti.



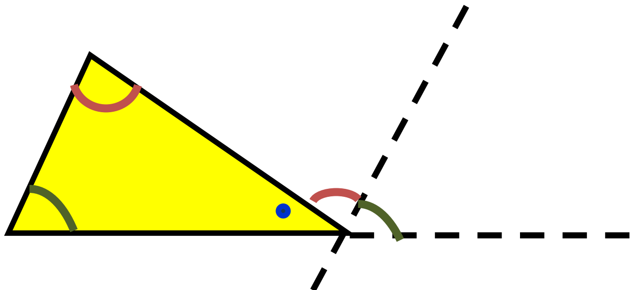
Nozioni comuni (Assiomi)

- Gli uguali allo stesso sono uguali tra loro.
- Se a uguali sono sommati uguali, i totali sono uguali.
- Se da uguali sono sottratti uguali, i resti sono uguali.
- Il tutto è maggiore della parte.

5’) Data una retta e un punto esterno ad essa, per il punto passa una e una sola parallela alla retta data

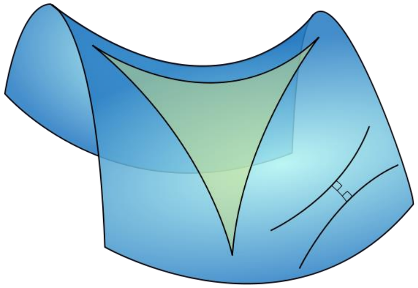


Teorema: *La somma degli angoli di un triangolo è uguale a un angolo piatto*



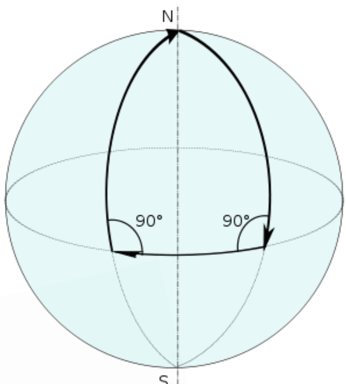
Girolamo Saccheri (1667-1733) : *Euclides ab omni naevo vindicatus*

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) studia concetti e proprietà delle geometrie non euclidee ma non pubblica nulla per timore delle *strida dei beoti*

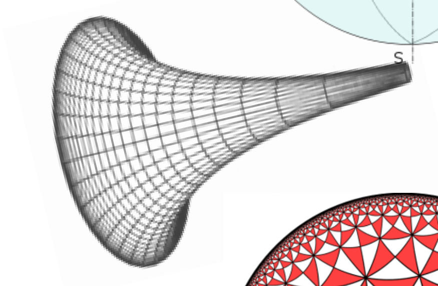


Nikolaj Ivanovič Lobačevskij (1792-1856)
La Geometria immaginaria (Università di Kazan, 1835)

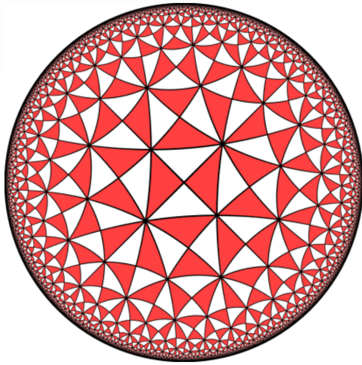
Janos Bolyai (1802-1860) trattato completo di geometria iperbolica



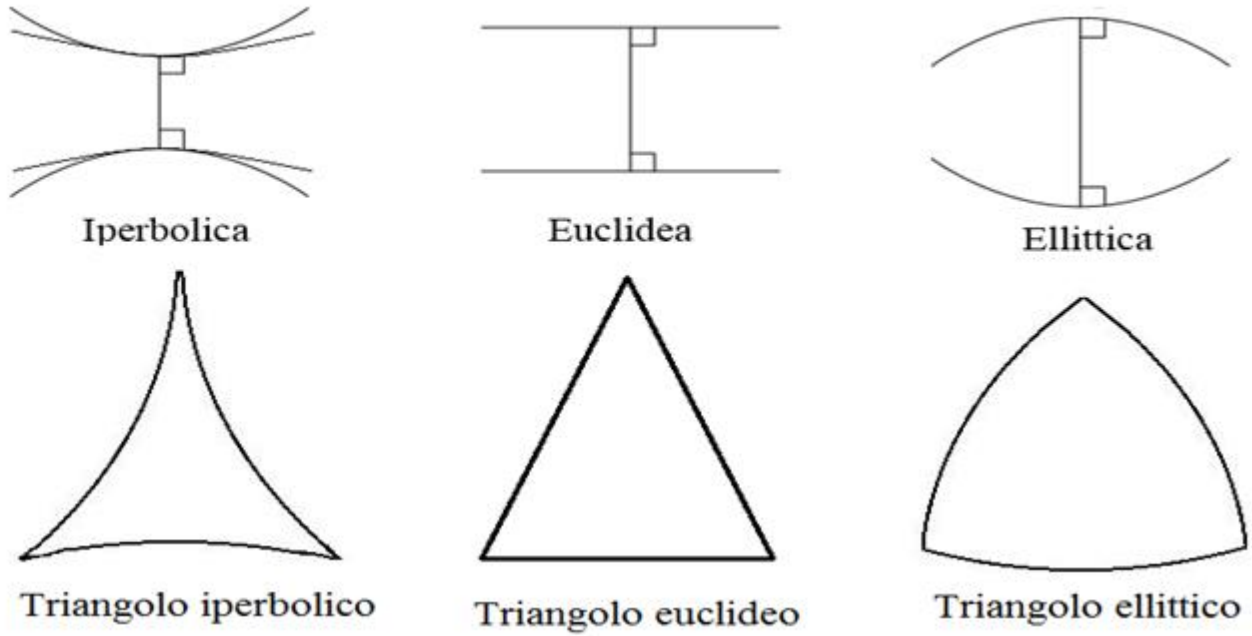
Bernhard Riemann (1826-1866) geometria ellittica, o sferica, riformulando gli assiomi rinunciando al V e al II

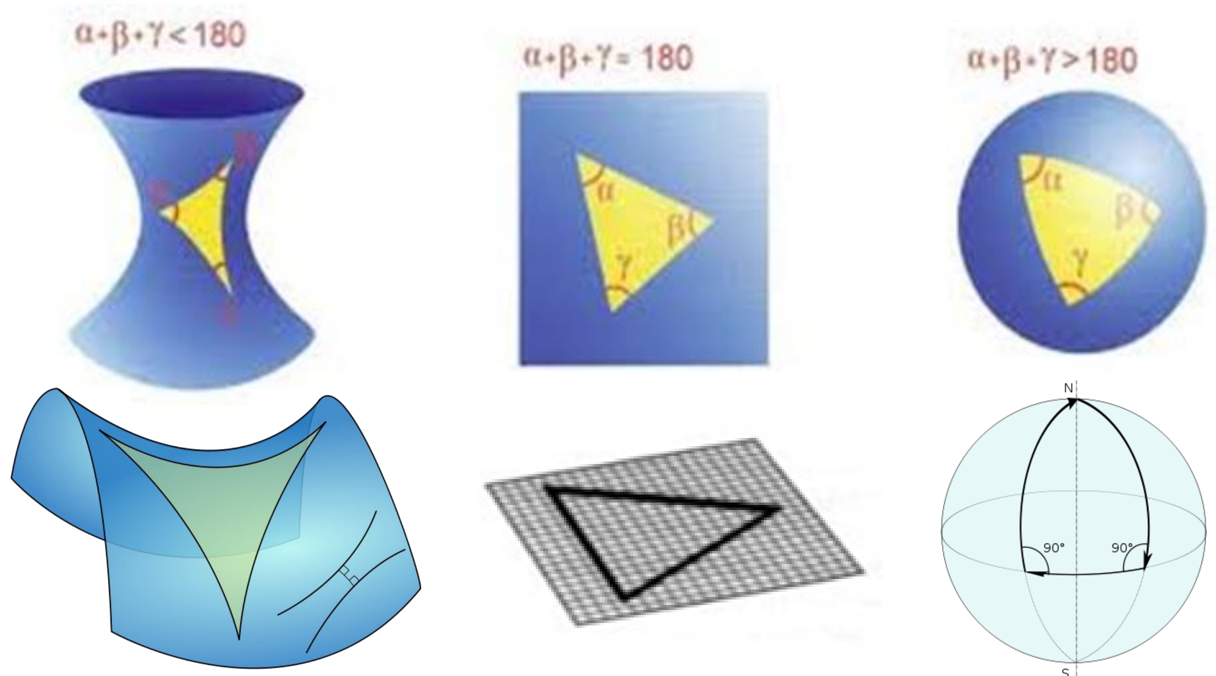


Eugenio Beltrami (1835-1900)
Saggio di interpretazione della geometria non euclidea, 1868,
primo modello di geometria iperbolica.

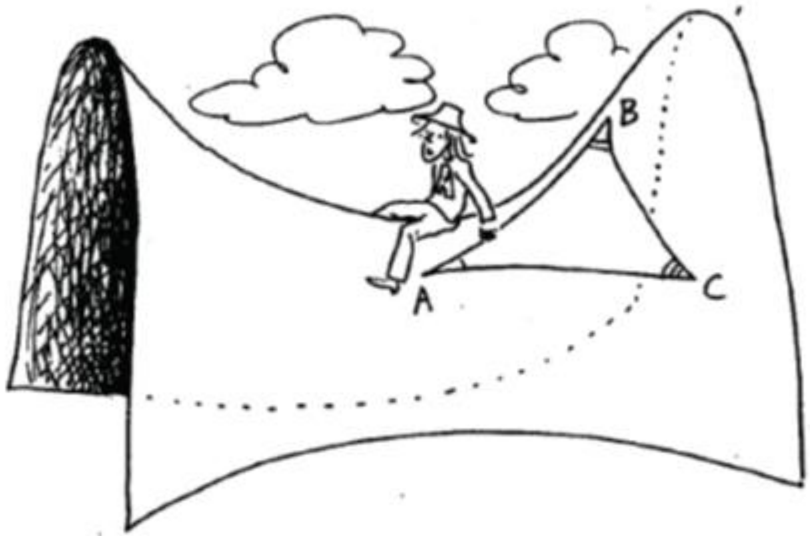


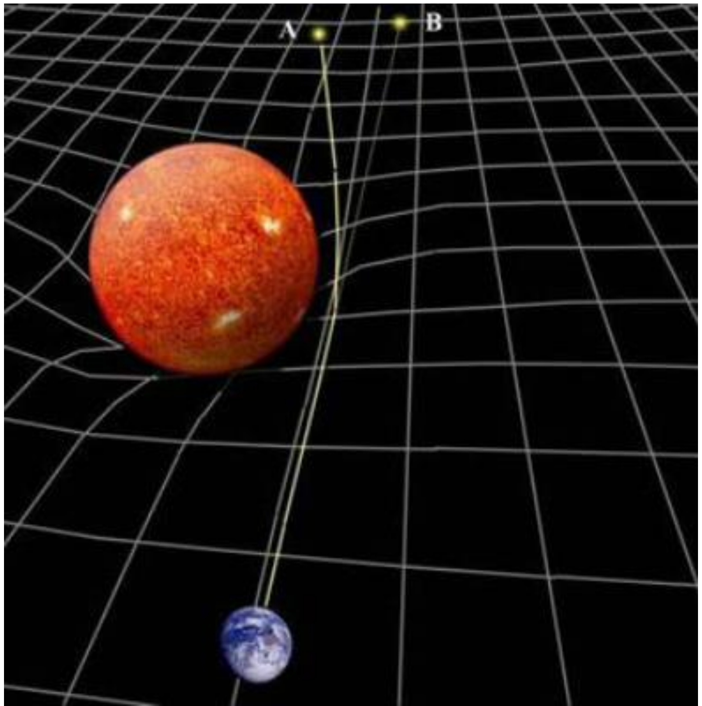
Henri Poincaré (1854-1912) Disco di Poincaré (modello geometria iperbolica). Nota che si hanno ormai diverse geometrie, tra le quali scegliere, "*la più conveniente, purché coerente*".


Iperbolica
Euclidea
Ellittica
Triangolo iperbolico
Triangolo euclideo
Triangolo ellittico

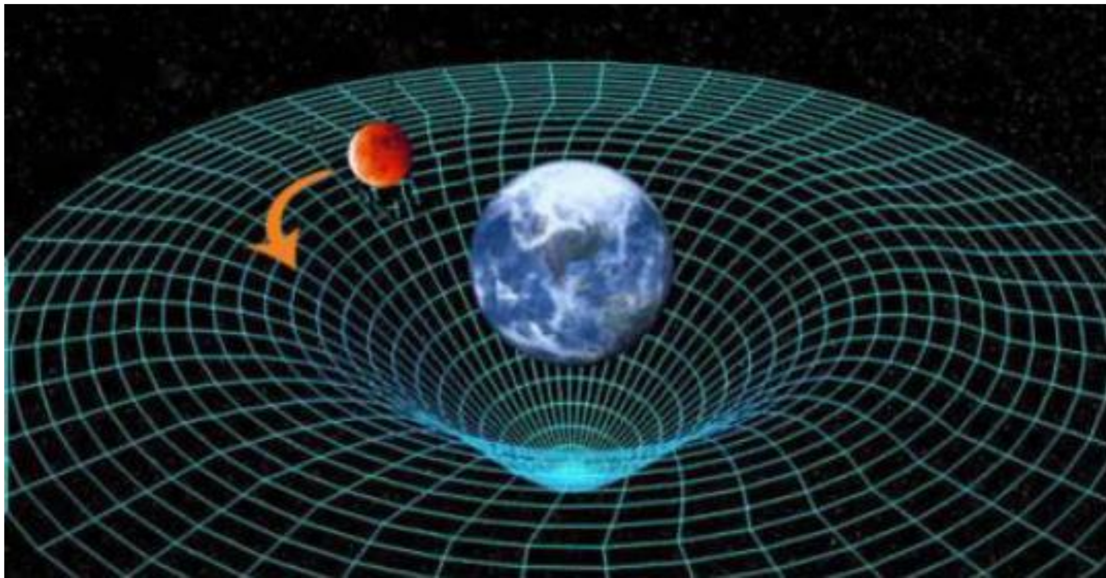

α+β+γ<180
α+β+γ= 180
α+β+γ>180
α
β
γ
N
90°
90°
S

Fare geometria su superfici diverse dal piano

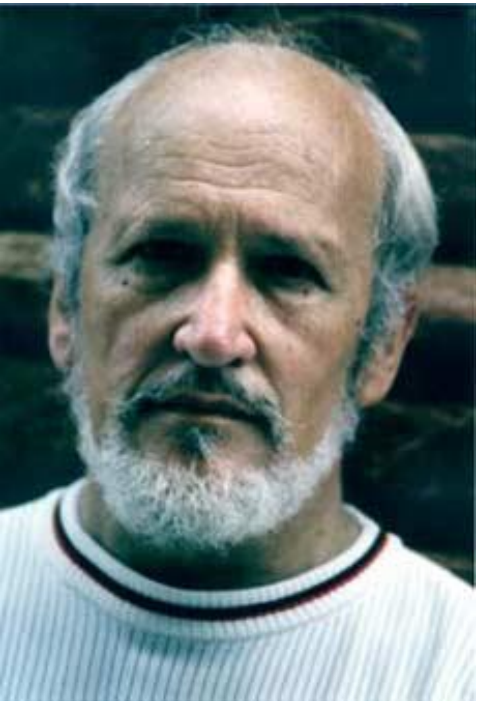




Relatività generale: le masse incurvano lo spazio



«La vera rivoluzione in Matematica è stata la scoperta (invenzione) delle geometrie non euclidee»

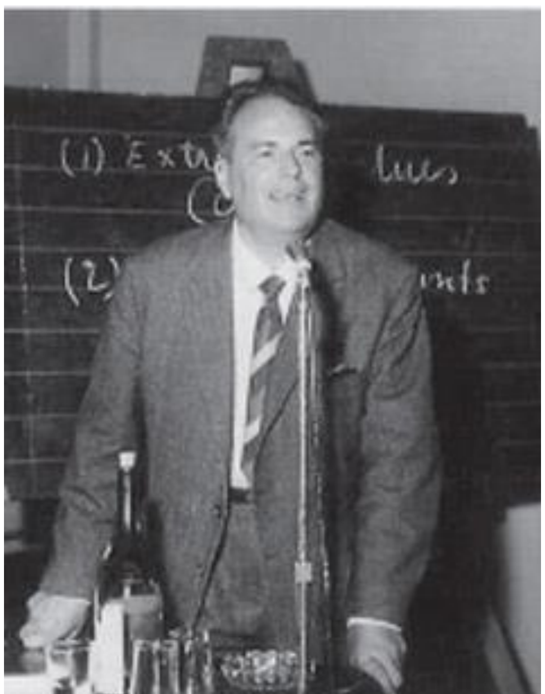


Imre Toth (1921- 2010)

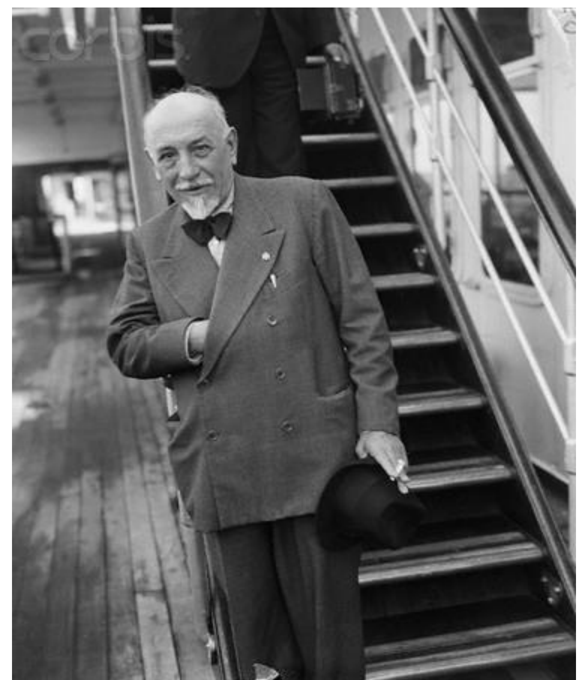
L'emergere delle geometrie non-*euclidee è stato il momento decisivo nel quale il soggetto delle matematiche ha preso coscienza della sua immanente libertà. Nell'ambito della geometria, da oltre 2000 anni sapere puro e certo, modello della verità unica, assoluta, accettare le nuove teorie secondo il modello non euclideo significa ammettere l'esistenza di più verità, tutte egualmente valide: la verità non è più una sola ma esistono più verità.*

de Finetti «Pirandello maestro di logica», *Quadrivio, 1937*

"*Considero Pirandello come uno dei più grandi spiriti matematici; così dicevo a un collega nel giorno della sua morte, e tale affermazione mi parve accolta con meraviglia. Ed essa non può infatti non sembrare paradossale se, cullandosi nelle inveterate illusioni razionalistiche, si considera la matematica come un complesso di verità assolute che col relativismo pirandelliano sarebbe addirittura agli antipodi.*"



Bruno de Finetti (1906-1985)



Luigi Pirandello (1867-1936)

Lazzaro (1928).

Deodata (la governante): - *Sì, s'è sacrificato tutta la vita!* - *ma pretenderlo dagli altri, il sacrifizio, no!*

Diego: *Non ha bisogno di nulla, la mia figliuola: solo di raggiungere, quando a Dio piacerà, ciò che in terra non ha potuto avere. Dire non basta, bisogna provare la povertà. E allora, via tutto!*

Diego (rivolto alla ex moglie Sara)*: Ma sta' zitta! Che vuoi parlare tu di vita e di morte? Ti sei dimenticata che la vita vera è di là! Quand'è finita la carne…*

Ma gli assiomi cambiano…

Cico: *La sua anima, appena uscita dal corpo, doveva comparire davanti alla Giustizia Divina. Non è comparsa. Che vuol dire? Non c'è giustizia divina. Non c'è nulla di là. Addio chiesa, Monsignore! Addio fede!*

Sara (a Diego)*: Che vuoi fare?*

Diego: *Non lo so! Non lo so! Posso far tutto!*

Sara: *Diventi bestia e uccidi? ma neanche le bestie uccidono così!*

Diego: *Non ho più ragione, più ragione di nulla! Posso far tutto!*

Deodata: *Non è più lui! Non è più lui!*

Cambiare gli assiomi…

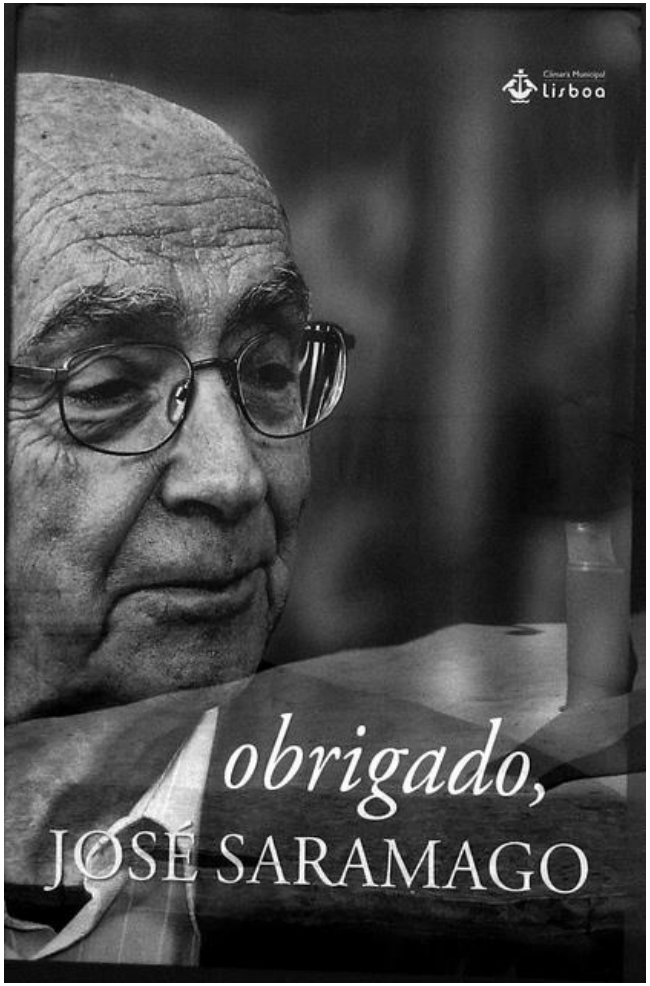
Leonardo Sciascia (1921-1989)

Il giorno della civetta, *Todo modo*, *Il contesto*
Una storia semplice, *A ciascuno il suo*
Si intersecano più mondi: <u>società, legge, malavita organizzata, politica, ognuno con le proprie regole</u>, i propri “assiomi”. Talvolta aberranti in apparenza, ma leciti dal punto di vista della <u>coerenza interna</u>.

Gli investigatori (puri, ingenui) che operano all'interno di un sistema basato su principi deviati, su un ordine immorale, criminale, che è comunque un ordine, una configurazione stabile comunemente accettata, <u>perturbano tale ordine con le proprie indagini</u> (Sciascia, 1974)

Le istituzioni che dovrebbero colpire i colpevoli non lo fanno, o perché <u>accettano le regole del crimine</u>, e non vogliono alterarle, o perché a loro volta hanno una diversa logica, che non è quella della società

Saramago e i romanzi non euclidei



José Saramago (1922- 2010)
Nobel per la letteratura nel 1998

La zattera di pietra (1986)

Storia dell'assedio di Lisbona (1989)

Cecità (1995)

L'uomo duplicato (2003)

Saggio sulla lucidità (2004)

Le intermittenze della morte (2005)

Un «personaggio della matematica»: $\boldsymbol{i}$

Esiste $i = \sqrt{-1}$

Nome: *unità immaginaria*

Segni particolari (proprietà) $\boldsymbol{i^2 = -1}$

Numeri complessi: $\boldsymbol{a + bi}$ (estensione dei n.ri reali)

quantità silvestri (Girolamo Cardano, XVI secolo)

anfibi tra l'essere e il non essere (Leibniz, XVII sec.)

Equazione di secondo grado $x^{2-}5x+6=0$

Soluzioni: $x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$ $x_1 = 2$ $x_2 = 3$

Scomposizione $(x - 2)(x - 3) = 0$

Altra equazione di secondo grado: $x^{2-}2x+3=0$

Soluzioni: $x = \frac{2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-1}\sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm i\sqrt{8}}{2}$ $x_1 = 1 - i\sqrt{2}$ $x_2 = 1 + i\sqrt{2}$

Scomposizione $(x - 1 - i\sqrt{2})(x - 1 + i\sqrt{2}) = 0$

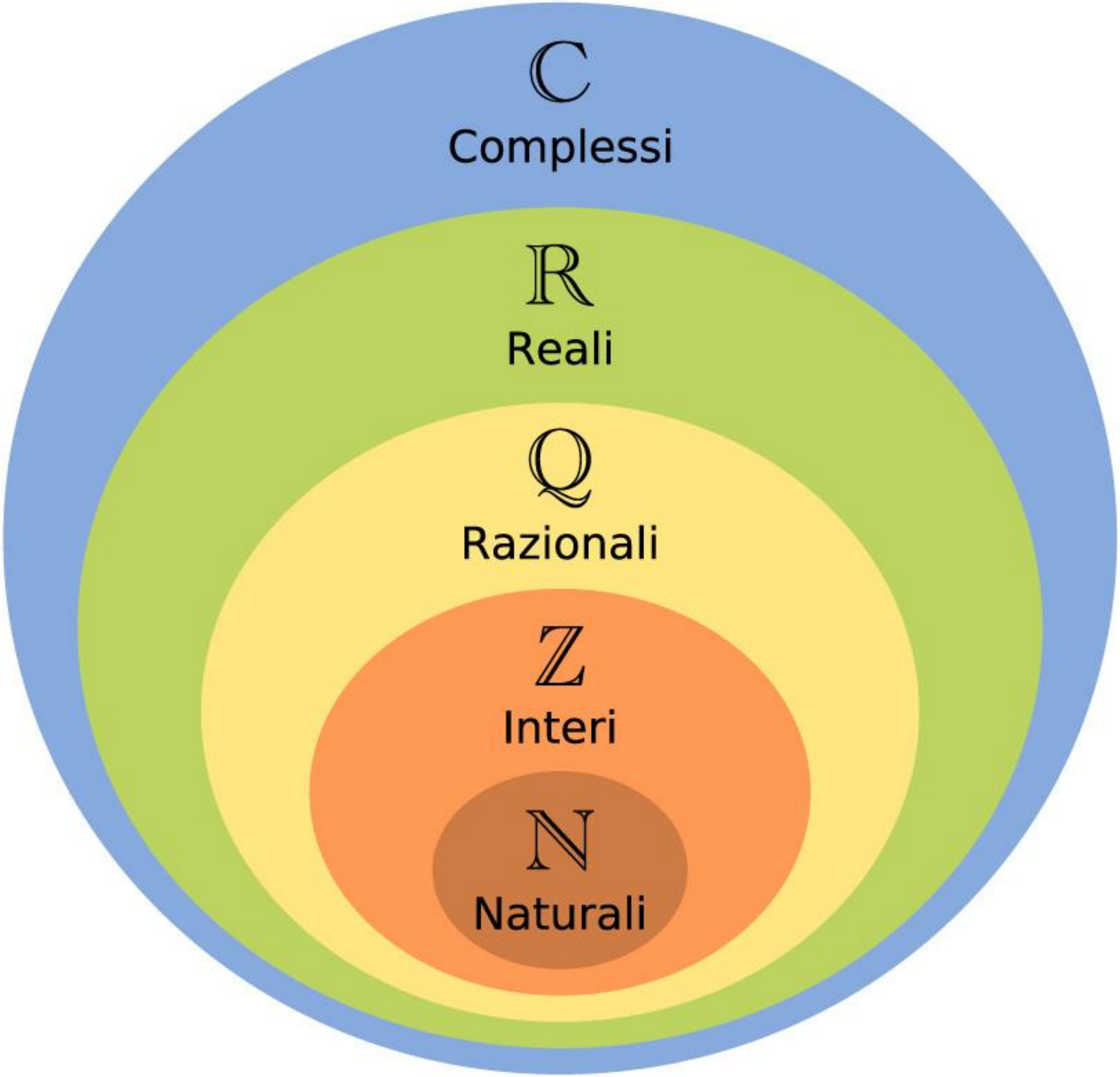
Musil – I turbamenti del giovane Törless (1906)

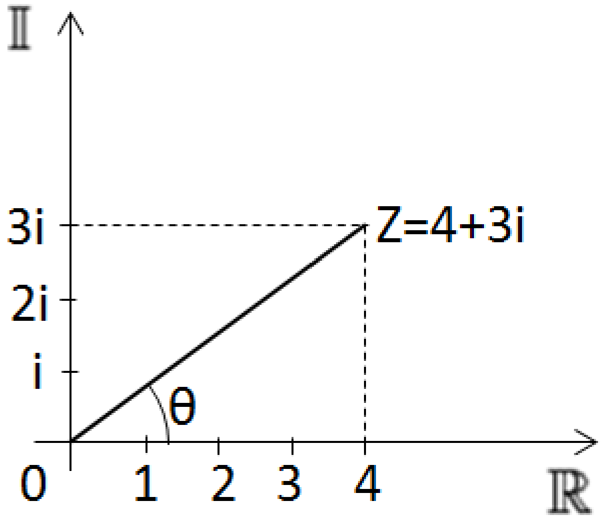
- Dì, hai capito bene poco fa?
- Cosa?
- La faccenda dei numeri immaginari
- Certo, non è mica difficile. Bisogna solo ricordarsi che l'unità di calcolo è la radice quadrata di meno uno
- Qui sta il punto: questa radice non esiste. Ogni numero, sia positivo che negativo, elevato al quadrato dà un valore positivo. Perciò non può esserci nessun numero reale che sia la radice di un valore negativo.
- Giustissimo. Ma perché non si dovrebbe tentare lo stesso? È naturale che non potrà risultarne un valore reale, e proprio per questo si definisce il risultato immaginario. È come se si dicesse: qui c'è sempre stato seduto uno, dunque mettiamogli una sedia anche oggi, e se nel frattempo fosse morto facciamo finta che debba venire
- Ma come si può se si sa di sicuro, con sicurezza matematica, che è impossibile?
-Appunto, si finge lo stesso che sia così. Ne uscirà pure un risultato. […] Prova a pensarla così: in un calcolo del genere, tu all'inizio hai dei numeri solidissimi, in grado di quantificare metri, pesi o qualsiasi altro oggetto concreto, comunque numeri reali. Alla fine del calcolo, lo stesso. Ma l'inizio e la fine sono tenuti insieme da qualcosa che non c'è. Non è un po' come un ponte che consti soltanto dei piloni iniziali e finali, e sul quale tuttavia si cammina sicuri come se fosse intero?

- Beineberg fece un ghigno: «Parli quasi come il nostro prete».

Peter Høeg: Il senso di Smilla per la neve (1992)

Alla base della matematica ci sono i numeri. Se qualcuno mi chiedesse che cosa mi rende davvero felice, io risponderei: La neve, il ghiaccio e i numeri. E sai perché?
Perché il sistema numerico è come la vita umana. Per cominciare ci sono i numeri naturali. Sono quelli interi e positivi. I numeri del bambino. Ma la coscienza umana si espande. Il bambino scopre il desiderio, e sai qual è l'espressione matematica del desiderio? Sono i numeri negativi. Quelli con cui si dà forma all'impressione che manchi qualcosa. Ma la coscienza si espande ancora, e cresce, e il bambino scopre gli spazi intermedi. Fra le pietre, fra le parti di muschio sulle pietre, fra le persone. E fra i numeri. Sai questo a cosa porta? Alle frazioni. I numeri interi più le frazioni danno i numeri razionali. Ma la coscienza non si ferma lì. Vuole superare la ragione. Aggiunge un'operazione assurda come la radice quadrata. E ottiene i numeri irrazionali.
È una sorta di follia. Perché i numeri irrazionali sono infiniti. Non possono essere scritti. Spingono la coscienza nell'infinito. E addizionando i numeri irrazionali ai numeri razionali si ottengono i numeri reali.
Non finisce. Non finisce mai. Perché ora, su due piedi, espandiamo i numeri reali con quelli immaginari, radici quadrate dei numeri negativi. Sono numeri che non possiamo figurarci, numeri che la coscienza normale non può comprendere. E quando aggiungiamo i numeri immaginari ai numeri reali abbiamo i numeri complessi. Il primo sistema numerico all'interno del quale è possibile dare una spiegazione soddisfacente della formazione dei cristalli di ghiaccio. È come un grande paesaggio aperto. Gli orizzonti. Ci si avvicina a essi e loro continuano a spostarsi. È la Groenlandia, ciò di cui non posso fare a meno!


$\mathbb{C}$
Complessi
$\mathbb{R}$
Reali
$\mathbb{Q}$
Razionali
$\mathbb{Z}$
Interi
$\mathbb{N}$
Naturali



$$e^{ix} = cos(x) + i\ sin(x)$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Equazione di **Schrödinger**

$$\hat{H}\Psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi$$

Pirandello: Sei personaggi in cerca di autore

Personaggi nati dalla fantasia che poi acquistano vita propria, forse meno reali ma più veri, e anche più vivi dato che risultano essere immortali.

Pirandello scrive:
«*La natura si serve della fantasia umana per proseguire la sua opera di creazione*»

«*Nel mondo, oltre a uomini, animali, piante, sassi esistono anche i personaggi, come Sancho Panza o Don Abbondio*»

L’infinito

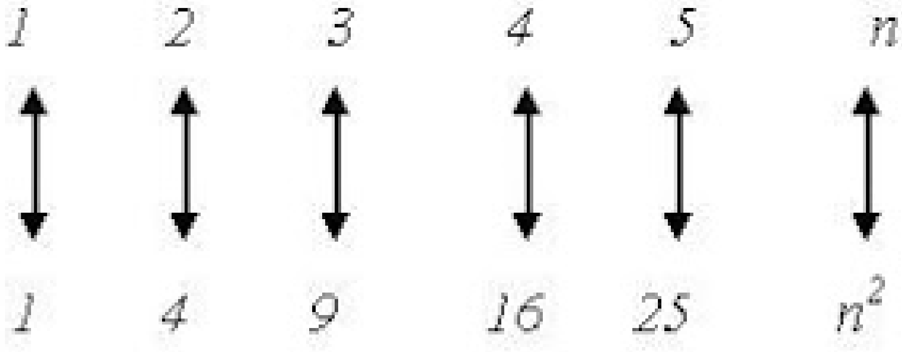
Per gli antichi greci, l’infinito, chiamato *ápeiron* (privo di limite)

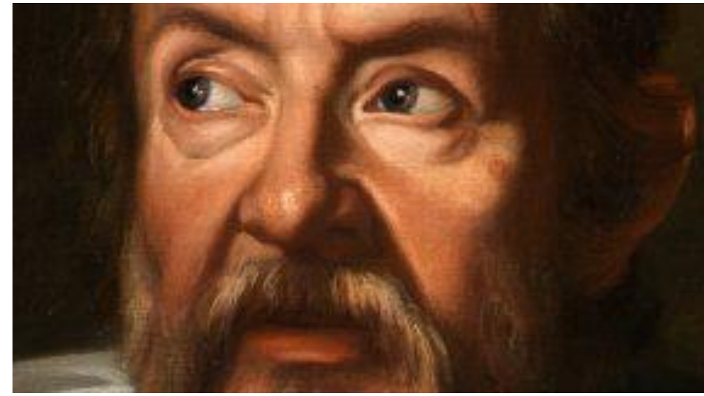
Infinito potenziale: insieme che può crescere quanto si vuole (es: successione dei numeri naturali)

Infinito attuale: *Aristotele* aveva escluso dalla possibilità di trattarlo con le nostre menti finite.

L’infinito attuale e l’assoluto: secondo *Kant* infinita è una grandezza al di sopra della quale nessuna maggiore è possibile”.

Borges “C’è un concetto che è il corruttore e l’ammattitore degli altri. Non parlo del Male il cui limitato impero è l’etica; parlo dell’Infinito”.





Galileo (1638): *… queste son di quelle difficoltà che derivano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno all’infinito, dandogli quegli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate; il che penso che sia inconveniente.*

Gauss (1831): *protesto contro l’uso della grandezza infinita come qualcosa di compiuto, ciò che non è mai ammissibile in matematica.*

George Cantor (1874-1884) «*L'essenza della matematica sta nella sua libertà*»

Mathematische Annalen, 1883.

Dall'horror infiniti ai numeri transfiniti

- Insiemi infiniti e loro confronto
- Numerabilità di Q, non numerabilità di R
- Scala di infiniti (non esiste infinito assoluto)
- Ipotesi del continuo.
- Assiomatica degli insiemi

Un altro personaggio della matematica (numero transfinito):

Simbolo: $\aleph$

"Alef", prima lettera dell'alfabeto ebraico

Insiemi equipotenti (stessa cardinalità): se è possibile porli in una relazione tale che ad ogni elemento di uno di essi corrisponda un elemento e uno soltanto dell'altro.

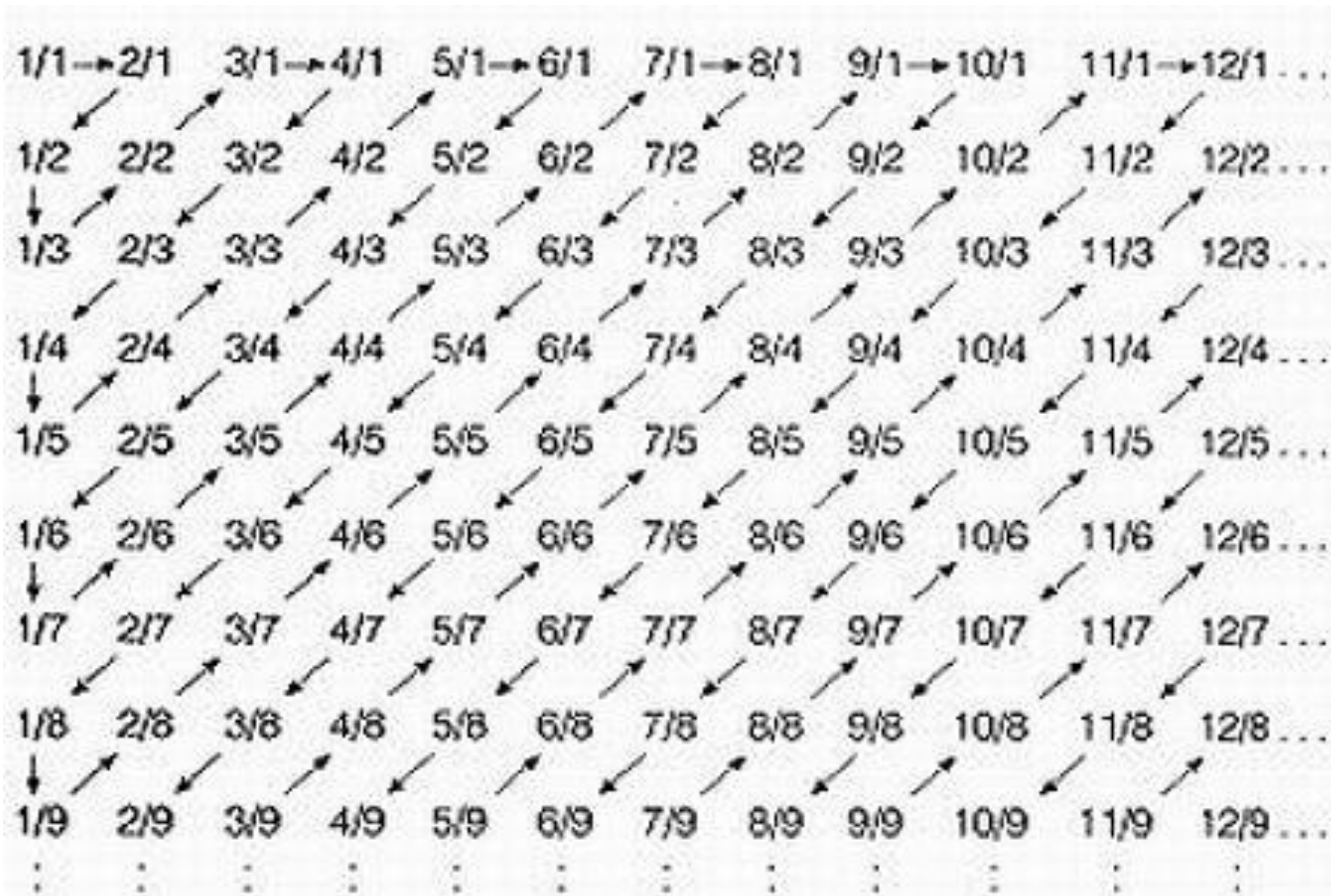
Insiemi infiniti: insiemi i cui elementi possono essere posti in corrispondenza biunivoca con quelli di un proprio sottoinsieme

Opinioni …

- Kronecker (1823-1891): *Cantor è un ciarlatano scientifico che corrompe le giovani menti*
- Poincaré (1908): *la teoria degli insiemi è una malattia patologica, da curare. Non esiste alcun infinito attuale, dato nella sua totalità. I cantoriani l'hanno dimenticato e sono caduti in contraddizione.*
- Russell (1910): *la soluzione delle difficoltà che in passato circondavano l'infinito matematico è probabilmente la massima conquista che la nostra epoca ha da vantare.*
- Hilbert (1926): *nessuno riuscirà mai a cacciarci dal paradiso che Cantor ha creato per noi*

N e Q equipotenti.

Quindi i numeri razionali sono numerabili !!



Un infinito più grande: i reali

Supponiamo per assurdo che i numeri reali in [0,1] siano un insieme numerabile.

Allora li possiamo elencare…

$$a_1 = 0, a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}\ldots$$

$$a_2 = 0, a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}\ldots$$

…

X1	=	0,	0	6	8	7	2	0	1	5	8	…
X2	=	0,	5	4	3	4	3	5	7	8	2	…
X3	=	0,	3	5	2	3	2	7	8	5	5	…
X4	=	0,	8	0	0	2	7	3	4	3	7	…
X5	=	0,	7	5	1	2	5	2	6	3	6	…
X6	=	0,	7	4	4	8	6	4	3	7	2	…
X7	=	0,	3	7	4	3	0	0	6	3	6	…
X8	=	0,	0	0	3	0	6	6	4	2	0	…
X9	=	0,	7	3	0	8	2	2	0	6	6	…
Y	=	0,	1	5	3	3	6	5	7	3	7	…

Si costruisce allora il numero

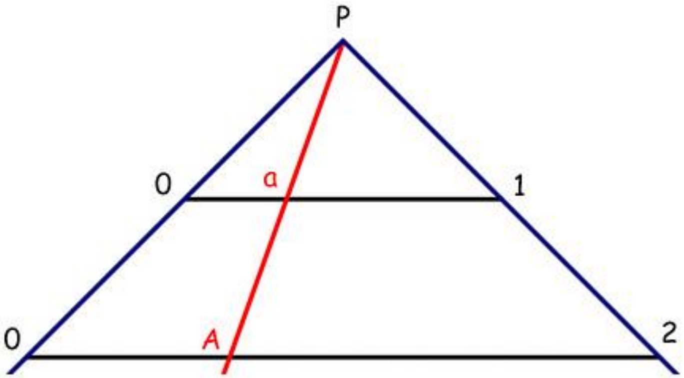
$x = 0, x_1x_2x_3x_4x_5\ \ldots$

che per ogni indice i ha la cifra $x_i \neq a_{ii}$.

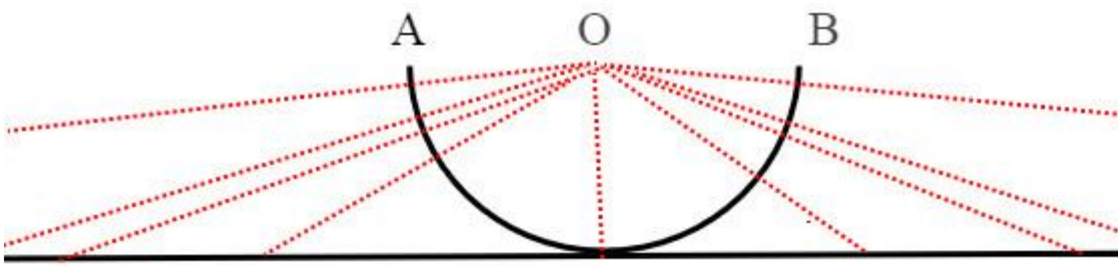
Il numero x differisce da ogni termine della precedente successione almeno per una cifra decimale; dunque non compare nella successione

Allora non tutti gli insiemi infiniti sono equipotenti. Si apre la strada a un confronto fra diversi ordini di infinito, una “scala di infiniti”

Equipotenza fra i punti di segmenti diversi

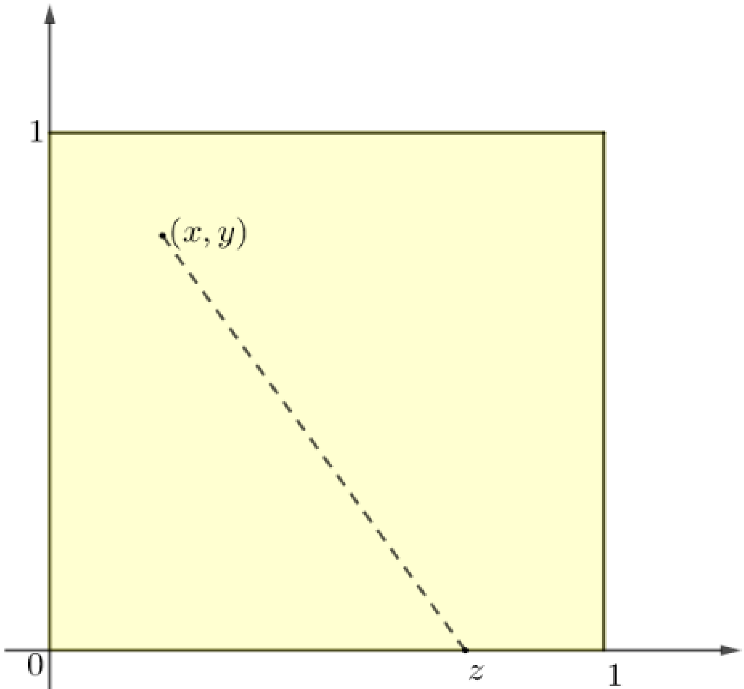


Equipotenza fra un segmento e una retta



Equipotenza di un segmento e un quadrato

(Cantor: Lo vedo ma non ci credo)



$$\begin{matrix} x = 0, a_1 a_2 \dots . a_n \dots . \\ y = 0, b_1 b_2 \dots . b_n \dots . \end{matrix} \quad \sim \quad z = 0, a_1 b_1 a_2 b_2 \dots . a_n b_n \dots .$$

Cantor chiama $\aleph_0$ la numerosità di N e di qualunque insieme numerabile.

Proprietà: $\aleph_0 + n = \aleph_0$; $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$, $\aleph_0 \times \aleph_0 = \aleph_0$ ecc.

Dato un insieme infinito A dimostra che l'insieme delle parti P(A) ha una potenza superiore rispetto ad A

L'insieme delle parti è formato da tutti i sottoinsiemi di A.
Se A è finito con $card(A)=n$, allora $card(P(A)) = 2^n$

Analogamente per un insieme infinito A con $card(A)= \aleph_k$ allora $card(P(A)) = 2^{\aleph_k} = \aleph_{k+1}$. Si crea così una <u>gerarchia di infiniti</u>

Cantor Dimostra che *P(N)* è equipotente all'insieme dei numeri reali (potenza del continuo)

Considera $\aleph_1 = 2^{\aleph_0}$ il transfinito successivo (ipotesi del continuo)

- Cantor dimostra *che non esiste un insieme più grande di tutti* (l'insieme assoluto di kantiana memoria)
- Impostazione assiomatica di Zermelo-Fraenkel, con l'ipotesi del continuo (non ci sono infiniti intermedi fra $\aleph_0$ e $\aleph_1$, cioè fra la numerosità di N e quella di R).
- Cantor lo riteneva vero ma non trovò una dimostrazione (lo credo ma non lo vedo). Paul Cohen (1963) mostra che questa congettura non è dimostrabile né confutabile sulla base del sistema di assiomi di Zermelo-Fraenkel, per cui si tratta di una proprietà indipendente da essi.
- Come per il V postulato di Euclide, si possono proporre sia teorie degli insiemi in cui vale l'ipotesi del continuo (teorie "cantoriane") sia teorie in cui essa è considerata falsa (teorie "non cantoriane")

David Hilbert (1862-1943)

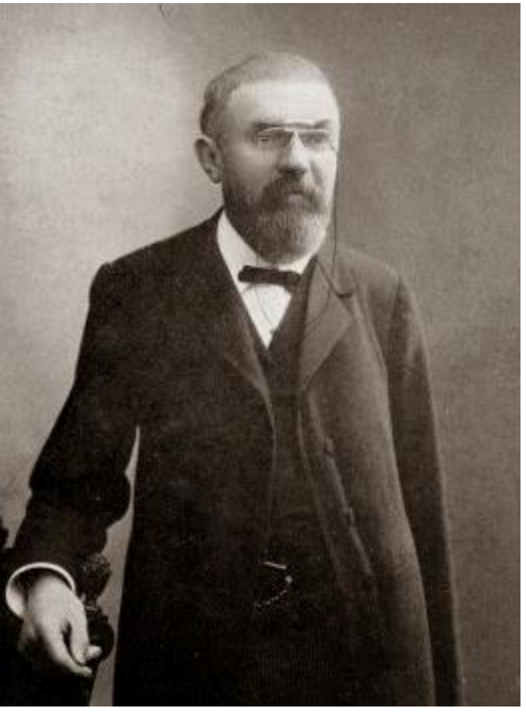
Programma di Hilbert (1920): I sistemi della matematica sono puramente formali, gli oggetti e gli assiomi non devono avere legami con la realtà empirica, come nel gioco degli scacchi, dove i nomi dei diversi pezzi servono soltanto a identificare le regole del loro movimento sulla scacchiera.

Si deve poter dire ogni volta, in luogo di "punti, rette, piani":"tavoli, sedie, boccali di birra"

È però cruciale dimostrare che ogni sistema formale della matematica sia <u>coerente</u> (non contraddittorio, cioè non ammetta antinomie, non sia possibile dimostrare sia un'affermazione che la sua negazione) e <u>completo</u> (ogni suo asserto deve essere dimostrabile o confutabile all'interno del sistema stesso).
In particolare questo deve valere per l'aritmetica.

Hilbert nel 1900 a Parigi, dopo la lista di 23 problemi, dichiarò che *«ogni problema matematico ben definito deve necessariamente essere suscettibile di una soluzione esatta»*
e aggiunse «*Noi sentiamo interiormente un perpetuo richiamo: ecco il problema; cerca la soluzione; puoi trovarla con la pura ragione*»

Nel 1928 a Bologna "*Non ci sono limiti alla comprensione matematica, in matematica non ci sono Ignorabimus*".



Commento ironico di Poincaré: *si potrebbe ideare una macchina nella quale si introducono da una parte gli assiomi per raccogliere i teoremi all'estremità opposta, come quella leggendaria macchina di Chicago nella quale i maiali entrano vivi per uscirne trasformati in prosciutti e salsicce*

Henry Poincaré, 1854-1912

Kurt Gödel (1906-1978)

Teoremi di Gödel (1931)

1) *In ogni sistema formale dotato di un insieme non contraddittorio di assiomi di base e di complessità tale da poter trattare l'aritmetica al suo interno, si possono costruire proposizioni che il sistema non riesce a decidere: non possono essere dimostrate, né rifiutate, sulla base degli assiomi e delle regole di deduzione del sistema*.

Possiamo sempre costruire una proposizione P con enunciato:
“P non può essere dimostrata in S”

2) *La coerenza dell’aritmetica non è dimostrabile nell’ambito dell’aritmetica stessa.*

Il problema della coerenza di un sistema può solo essere affrontato dall’esterno, ovvero tramite un metasistema, o un metalinguaggio.

Shakespeare, la dodicesima notte

VIOLA - *Ah, sì; chi sa giocar con le parole non mette molto a stravolgerne il senso*.

FESTE - *Ma tant'è, le parole al giorno d'oggi son divenute veri farabutti da quando sono usate nei contratti.*

VIOLA - *E che ragione hai tu per dire questo?*

FESTE - *In verità, signore, di ragioni non ve ne potrei dare senza far uso anch'io delle parole e le parole purtroppo oggigiorno son diventate di tal falsità, che mi ripugna per loro mezzo dire le mie ragioni*.

Miguel De Cervantes "Don Chisciotte della Mancha",

La domanda del forestiero al governatore Sancho Panza:

Signore, un ampio fiume divideva in due parti una proprietà …

E stia bene attenta la signoria vostra, perché la questione è importante e piuttosto complicata…

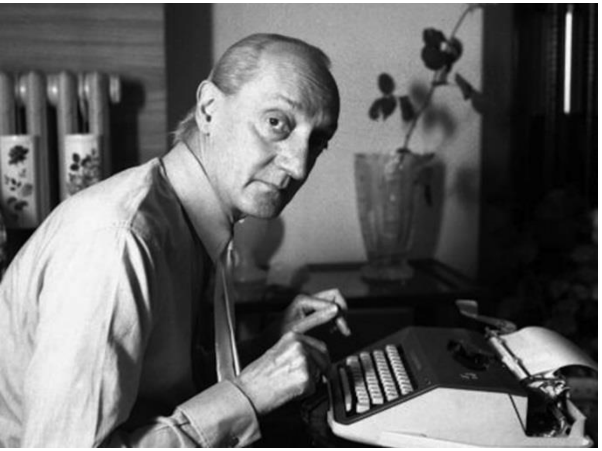
Pirandello, da *Così è se vi pare (1917)*

Le due “verità” contrapposte del signor Ponza e la signora Frola: *“Ma la verità sarà da una parte o dall’altra!... O pazza lei, o pazzo lui: da qui non si scappa! Quale dei due?”*

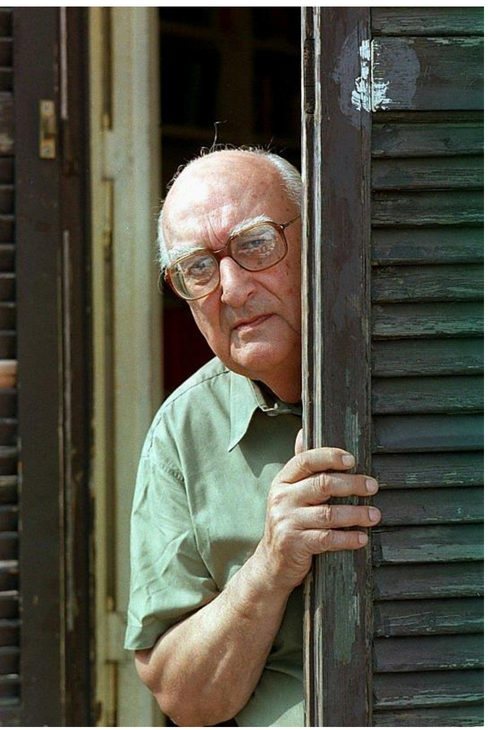
Questa la premessa di Lamberto Laudisi:
“Io sono realmente come mi vede lei. – Ma ciò non toglie, cara signora mia, che io non sia anche realmente come mi vede suo marito, mia sorella, mia nipote e la signora qua – Vi vedo affannati a cercar di sapere chi sono gli altri e le cose come sono, quasi che gli altri e le cose per se stessi fossero così o così”

e questa la chiusura della commedia:
“Io sono sì la figlia della Signora Frola – e la seconda moglie del Signor Ponza – sì; e per me nessuna! Nessuna! Io sono colei che mi si crede”.

«Teoremi» di giustizia


Giorgio Scerbanenco (1911-1969)

Giorgio Scerbanenco, nel Giallo Mondadori *Nessuno è colpevole* (1941) quando l'investigatore Jelling interroga una testimone, si sente rispondere: *“Pare che non sia vero ciò che è veramente vero, ma ciò che sembra tale”*


Andrea Camilleri (1925)

Andrea Camilleri “*La forma dell’acqua*” (primo romanzo del Commissario Montalbano)
“*L’acqua non ha forma! Piglia la forma che le viene data*”.

Per testare la coerenza logica di una congettura dice «*Immaginiamo che questo debba essere recitato, il pubblico lo reputerebbe verosimile?* »

Oxford Murders (trad. italiana La serie di Oxford) 2003 dell'autore argentino Guillermo Martìnez (1962-).

Nel capitolo 7 il professore entra nel tema che caratterizza il "giallo”:

«*C'è differenza fra la verità e la parte di verità che può essere dimostrata*» *disse Seldom.* «*Naturalmente giudici, medici, archeologi, tutti sapevano ciò molto prima dei matematici. […] E ciò che Gödel dimostrò nel 1930 nel suo Teorema di Incompletezza è che la stessa cosa può accadere in matematica.*»

«*Gödel ha dimostrato che anche al più elementare livello dell'aritmetica ci sono proposizioni che non possono essere né provate né confutate partendo dagli assiomi, che sono fuori dalla portata di questi sistemi formali, e eludono ogni tentativo di dimostrazione; proposizioni che nessun giudice saprebbe se dichiarare vere o false, colpevoli o innocenti*».

Matematica come letteratura

La matematica è una disciplina che ha a che fare con idee, pure creazioni del pensiero, la cui definizione e comprensione richiedono notevoli dosi di fantasia e capacità di astrazione.

I “personaggi della matematica”, come quelli dei romanzi, sono “enti di finzione”, diversamente dalla fisica o dalle altre scienze empiriche.

Proprio come nella creazione letteraria, in una teoria matematica non vi è limite alla fantasia per quanto riguarda i suoi oggetti (sia i concetti primitivi che quelli introdotti tramite definizioni) e i principi di base (assiomi e postulati). Una volta poste le fondamenta, però, non si può sfuggire alla consequenzialità logica ipotetico-deduttiva delle dimostrazioni che, passo dopo passo, permettono di ottenere i risultati successivi, via via meno intuitivi, espressi mediante teoremi.

La familiarità con romanzi, poesia e teatro non può che aiutare, dato che stimolano la nostra fantasia, costringendoci a simulare nella nostra mente situazioni, emozioni e realtà con la sola forza del pensiero e dell'immaginazione.

- *E i suoi studi, signorina, se posso informarmene? Matematica, a quanto so. Non la stanca? Non è terribilmente faticoso per il cervello?*
- *Niente affatto, ella rispose, non conosco nulla di più carino. E'un gioco nell'aria, per dir così. O addirittura fuori dell'aria, in regioni senza polvere, comunque.*

Thomas Mann - Altezza reale, 1909

Così la matematica può essere definita come la materia nella quale non sappiamo mai di che cosa stiamo parlando, né se ciò che stiamo dicendo è vero.

Bertrand Russell, International Monthly, 1901

Evoluzioni simili

Letteratura	Matematica
Realismo (Ottocento): Si parte da fatti veri, o verosimili. Fiducia nella realtà oggettiva e nell'approccio scientifico per capirla (positivismo)	**Realista:** Aritmetica, Geometria euclidea, algebra dei numeri reali, analisi, equazioni differenziali, determinismo
Modernismo (fine Ottocento-primi Novecento): Si esce dalla realtà ma con l'intento di capirla meglio. Relativismo, dall'oggettivo al soggettivo, si scava all'interno dei soggetti. La letteratura per fare ordine nella complessità e nel relativismo.	**Moderna:** geometrie non euclidee, formalismo, scollamento fra assiomi e realtà. Questione dei fondamenti, insiemi infiniti di Cantor, algebre di nuovi numeri e strutture. Russel, Hilbert, Bourbaki
Postmodernismo (secondo Novecento): Il tarlo del dubbio. Convivere con complessità e incertezza. Non tutto è spiegabile e controllabile. Non soluzioni ma solo rimandi, come un gioco di specchi, labirinti, affermazioni indecidibili, caos, indeterminazione, universi paralleli…	**Postmoderna":** Teoremi di limitatezza (indecidibilità di Gödel, indeterminazione di Heisenberg, caos deterministico). Scollamento fra vero e dimostrabile, fra conoscenza e prevedibilità.

Eugene Paul Wigner
(Budapest,1902 – Princeton, 1995)
Nobel per la fisica 1963

The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences