

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1.

A) Calcolare il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - x}{\sqrt{1+x^4} - x^2}$.

B) Calcolare la derivata di $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{3x^2}}$ **semplificando adeguatamente** l'espressione ottenuta

2. Sia data la funzione $f(x) = x e^{\frac{x}{x+1}}$.

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali. Non è richiesto lo studio della derivata seconda. Disegnare quindi un grafico approssimativo della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Stabilire per quali valori del parametro $a \in [0, +\infty)$ la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a^n + 1}{3^n} \text{ è convergente.}$$

4. Calcolare i seguenti integrali

$$A = \int \sin(4x)e^x dx, \quad B = \int_0^1 \frac{x+1}{x+3} dx.$$