

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1.

A) Calcolare il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x} \sin(x)}{e\sqrt{x} + x^2}$.

B) Calcolare la derivata di $f(x) = \log(2 \sin(x) + \sin(2x))$.

2. Sia data la funzione $f(x) = \frac{x^2}{(1+x)^2}$.

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali, concavità, convessità ed eventuali punti di flesso. Disegnare quindi un grafico approssimativo della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Stabilire il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 + \sin(n)}{n^3}$.

4. Calcolare i seguenti integrali

$$A = \int e^{1+\sin(x)} \cos(x) dx, \quad B = \int_{-1}^1 \log(1+x^2) dx.$$