

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Sia data

$$f(x) = \log \left(1 + \frac{x}{x+1} \right).$$

Determinare tramite la definizione $f'(1)$ (senza usare il teorema di de l'Hôpital) e verificare poi tramite le usuali formule di derivazione il risultato ottenuto.

2. Sia data la funzione

$$f(x) = x^3 |x^2 - 1|$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali. Non è richiesto lo studio della convessità. Inoltre

- a. studiare eventuali punti di non derivabilità
- b. disegnare un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(n) \sin \left(\frac{1}{n} \right) \tan \left(\frac{1}{n} \right).$$

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{x^3 + 3}{x^2 + 3} dx$$