

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \cos x - 2(1 + \sin(x))}{x \sin(x^2)}$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{1+x}{1-|x|}.$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali. Non è richiesto lo studio della convessità. Inoltre

- a. studiare in particolare la natura degli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità;
- b. disegnare un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=4}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2 - 4n + 3}.$$

4. Stabilire se il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\log(\cos x)}{\sqrt{1+x^3}-1} dx$$