

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_ Corso di studi \_\_\_\_\_

**Qualunque affermazione non adeguatamente giustificata non sarà presa in considerazione.**

1. (7 pt.) Sia

$$a_n = \frac{\log(n^3 - \log(n)) \log(1 + e^n)}{(\log(\sqrt{n}))^{\frac{1}{2}}}.$$

(a) Determinare la più semplice successione asintotica ad  $a_n$ .

(b) Determinare il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ .

(c) Stabilire se  $a_n$  è di ordine superiore, inferiore, di ugual ordine o di ordine non confrontabile rispetto alla successione

$$b_n = \sqrt{n} \log(n).$$

2. (7 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \log(x^2 + 5) - \frac{1}{3}x.$$

Si richiedono, nello specifico, il dominio di esistenza, eventuali simmetrie, limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, crescere e decrescere, estremanti locali, convessità e concavità, punti di flesso. **Non è richiesto lo studio del segno né degli zeri della funzione.** Sapendo poi che  $f(1) > 0$ , disegnare un grafico compatibile con le informazioni trovate.

3. (7 pt.) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{2x^3 + 11x^2 + 16x - 10}{x^2 + 6x + 10} dx.$$

4. (6 pt.) Determinare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^2)^{\frac{1}{3}} - 1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{9}x^4}{x^2 \sin(x) \cos^2(x)}.$$

5. (6 pt.) Studiare la convergenza assoluta e la convergenza semplice della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2n + 2}{n^2 + n + 2}.$$