

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

Qualunque affermazione non adeguatamente giustificata non sarà presa in considerazione.

1. (7 pt.) Sia

$$a_n = \frac{\log(e^{3n} - e^{\frac{n}{2}}) \sqrt{\log(n)}}{\log(1 + n^2) \log(1 + e^{-n})}.$$

(a) Determinare la più semplice successione asintotica ad a_n .

(b) Determinare il $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

(c) Stabilire se a_n è di ordine superiore, inferiore, di ugual ordine o di ordine non confrontabile rispetto alla successione

$$b_n = e^{2n}.$$

2. (7 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \log(x^2 + 7) - \frac{1}{4}x.$$

Si richiedono, nello specifico, il dominio di esistenza, eventuali simmetrie, limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, crescere e decrescere, estremanti locali, convessità e concavità, punti di flesso. **Non è richiesto lo studio del segno né degli zeri della funzione.** Sapendo poi che $f(1) > 0$, disegnare un grafico compatibile con le informazioni trovate.

3. (7 pt.) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x^3 + 7x^2 + 11x - 17}{x^2 + 8x + 17} dx.$$

4. (6 pt.) Determinare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - x^3} - 1 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^6}{x^3 \sin(x^3) \cos(x)}.$$

5. (6 pt.) Studiare la convergenza assoluta e la convergenza semplice della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2n + 3}{n^2 + n}.$$