Università degli Studi di Bergamo — Scuola di Ingegneria
Analisi Matematica I — Tema del 17/01/2020 - Versione 2

Cognome e Nome ______________________________ Matr. __________ Corso di studi ____________

**Intendo sostenere la prova di teoria nell'appello di GENNAIO** ☐

1. (9 pt.) Si consideri la funzione
$$f(x) = e^x \left(x^2 - 2x + 1\right)$$
   a) Studiare la funzione $f$ (insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, derivata prima, crescere e decrescere, punti di massimo e di minimo, eventuali punti di non derivabilità, **non è richiesto lo studio della derivata seconda**) e disegnarne un grafico approssimativo in base alle informazioni ottenute.
   b) Calcolare tramite la definizione l'integrale generalizzato
$$\int_{-\infty}^{0} f(x)\, \mathrm{d}x.$$

2. (6 pt.) Stabilire il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n} \left(\frac{\log(2n+1) + \log n}{\log(2n+1) - \log n}\right).$$

3. (6 pt.) **Giustificando le proprie affermazioni,** determinare la più semplice successione asintotica alla seguente
$$a_n = (n+2)^2 \left(\log(n^2-1) - \log(n^2+1)\right) \left(\cos\left(\frac{1}{n^2}\right) - 1\right).$$

4. (6 pt.)
   a) Determinare per quali valori dei parametri reali $a$ e $b$ la funzione
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2b + 2 & \text{per } x \geq 0 \\ e^{2ax} + 3x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$
   è continua nel punto $x_0 = 0$.
   b) Determinare poi i valori dei parametri $a$ e $b$ per i quali la funzione $f$ è derivabile in $x_0 = 0$.

5. (6 pt.) Data la funzione
$$f(x) = (x + \alpha)e^{-\beta x}$$
determinare i valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ affinché scrivendo lo sviluppo di Taylor centrato in $x_0 = 0$ con resto secondo Peano della funzione $f(x)$ si abbia
$$f(x) = -1 - 2x - \frac{3}{2}x^2 + o\left(x^2\right),\ x \to 0.$$