Università degli Studi di Bergamo — Scuola di Ingegneria
Analisi Matematica I — Tema del 17/01/2020 - Versione 3

Cognome e Nome ______________________________ Matr. __________ Corso di studi ____________

Intendo sostenere la prova di teoria nell'appello di GENNAIO ☐

1. Si consideri la funzione
$$f(x) = e^{-x}\left(x^2 - 5x + 6\right)$$
   a) Studiare la funzione f (insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, derivata prima, crescere e decrescere, punti di massimo e di minimo, eventuali punti di non derivabilità, **non è richiesto lo studio della derivata seconda**) e disegnarne un grafico approssimativo in base alle informazioni ottenute.
   b) Calcolare tramite la definizione l'integrale generalizzato
$$\int_3^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

2. Stabilire il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{\log(n^2+1)}{\log(n^2-1)} - 1\right).$$

3. **Giustificando le proprie affermazioni,** determinare la più semplice successione asintotica alla seguente
$$a_n = \left[(1+n^{-2})^{1/4} - 1\right]\log(1+e^{-n})(n+2)^3.$$

4. a) Determinare per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ la funzione
$$f(x) = \begin{cases} 4x + a + b & \text{per } x \leq 0 \\ \dfrac{1}{1+bx} & \text{per } 0 < x < \frac{1}{|b|} \end{cases}$$
   è continua nel punto $x_0 = 0$.
   b) Determinare poi i valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

5. Data la funzione
$$f(x) = (x+\alpha)e^{-\beta x}$$
determinare i valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ affinché scrivendo lo sviluppo di Taylor centrato in $x_0 = 0$ con resto secondo Peano della funzione $f(x)$ si abbia
$$f(x) = 2 - 5x + 6x^2 + o\left(x^2\right),\ x \to 0.$$