

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

Intendo sostenere la prova di teoria nell'appello di GENNAIO

1. (9 pt.) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x(\sin x + 3)$$

- a) Studiare la funzione f (insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, derivata prima, crescere e decrescere, punti di massimo e di minimo, eventuali punti di non derivabilità, **non è richiesto lo studio della derivata seconda**) e disegnarne un grafico approssimativo in base alle informazioni ottenute.
- b) Calcolare tramite la definizione l'integrale generalizzato

$$\int_{-\infty}^0 f(x) dx.$$

2. (6 pt.) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\log(n-1)}{n^2 \log(n^2+1)}.$$

3. (6 pt.) **Giustificando le proprie affermazioni**, determinare la più semplice successione asintotica alla seguente

$$a_n = \frac{\left(e^{\frac{1}{3n}+n} - e^n\right) (n-1)!}{(n+3)!(n+2)^2}.$$

4. (6 pt.)

a) Determinare per quali valori dei parametri reali a e b la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (a-1)x + 2a - b & \text{per } x \leq 0 \\ \arctan(bx) & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

è continua nel punto $x_0 = 0$.

b) Determinare poi i valori dei parametri reali a e b per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

5. (6 pt.) Data la funzione

$$f(x) = (\alpha - 2x)e^{\beta x}$$

determinare i valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ affinché scrivendo lo sviluppo di Taylor centrato in $x_0 = 0$ con resto secondo Peano della funzione $f(x)$ si abbia

$$f(x) = -3 - 8x - 10x^2 + o(x^2), \quad x \rightarrow 0.$$