

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \left[\log \left(\frac{x}{x+1} \right) \right]^{\frac{1}{3}}$$

- Determinarne il campo di esistenza e segno.
- Calcolare (se possibile) i limiti di $f(x)$ per x tendente ai punti di frontiera del suo dominio.
- Stabilire se f è inferiormente limitata e se è superiormente limitata.
- Stabilire se la restrizione $f(n)$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, è una successione monotona.

2. Siano date le seguenti successioni:

$$a_n = n^{(n^2)}, \quad b_n = n \log \left(\frac{n^2}{n+1} \right), \quad c_n = (n^2)^n.$$

- Per ognuna delle successioni precedenti determinare (quando possibile) una successione più semplice asintotica;
- disporre le successioni in ordine crescente di infinito;
- giustificare infine la propria disposizione calcolando opportuni limiti di quozienti.

3. Determinare, **fornendo le necessarie giustificazioni**, estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo del seguente insieme:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \left| \frac{2x+3}{x-2} \right| \leq 2 \right\}.$$