

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (4 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x-1}{x-3} \right).$$

Determinare in particolare: insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, derivata prima e derivata seconda, crescere e decrescere, concavità e convessità, punti di massimo e di minimo, punti di flesso. Disegnarne un grafico approssimativo.

2. (5 pt.) Sia data la seguente serie con parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n^\alpha)}{n^{\alpha+2}}$$

- (a) Determinarne il carattere per $\alpha = 2$
(b) Determinarne il carattere per $\alpha = -1$
(c) Determinarne il carattere in tutti i casi $\alpha > 0$, $\alpha = 0$, $\alpha < 0$.
3. (5 pt.) Stabilire con un opportuno criterio la convergenza del seguente integrale generalizzato e, in caso positivo, calcolarlo

$$\int_1^{+\infty} x^3 e^{-(x^2)} dx$$

4. (5 pt.) Fornire la definizione di maggiorante, massimo e di estremo superiore di un **sottoinsieme** $E \subset \mathbb{R}$. Enunciare l'assioma di completezza (o proprietà dell'estremo superiore) e fornire un esempio di applicazione di tale assioma a un altro risultato.
5. (5 pt.) Enunciare e dimostrare il test di monotonia per il crescere e decrescere delle funzioni.