

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (6 pt.) Sia data la funzione $f(x) = 1 - e^{\sqrt[3]{(x+1)\left(x+\frac{1}{2}\right)}}$.
- (a) Determinare il campo di esistenza di f , il segno e gli eventuali zeri. Determinare poi (se esistono) eventuali asintoti.
 - (b) Determinare il comportamento asintotico di f negli zeri.
 - (c) Studiare la derivata prima di f precisando i punti di non derivabilità.
 - (d) Disegnare un grafico della funzione f compatibile con le informazioni ottenute ai punti precedenti.

2. (a) (2 pt.) Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{(n!)}}{(\sqrt{n})^n}$$

- (b) (2 pt.) Discutere la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+2}{n^2+5n+4}$$

3. (a) (2 pt.) Stabilire tramite l'applicazione di un opportuno criterio se converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_3^4 \frac{\sin(3-x)}{(x^2-6x+9)^{3/4}} dx$$

- (b) (2 pt.) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2+2x+4} dx$$

4. (5 pt.) Enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite per successioni. Ogni successione convergente è limitata? Argomentare opportunamente la propria risposta.
5. (5 pt.) Enunciare il teorema sulla derivabilità della funzione inversa. Illustrare il suo utilizzo nella verifica della derivabilità della funzione arcotangente e nel calcolo della sua derivata.