

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_ Corso di studi \_\_\_\_\_

1. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x + 3 - 4\sqrt{x}}.$$

- (a) (3 pts) Determinare il campo di esistenza, il segno e gli eventuali asintoti di  $f$ .
- (b) (1 pts) Studiare il crescere ed il decrescere di  $f$ .
- (c) (1 pts) Determinare una espressione asintotica per la funzione per  $x \rightarrow +\infty$  e discutere la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_{10}^{+\infty} f(x) dx.$$

- (d) (1 pts) Sulla base delle informazioni ottenute nei punti a) e b) tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .
2. Determinare il carattere (convergenza semplice e/o assoluta) delle serie seguenti

(a) (2 pts)  $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k-3}{k^2+k+1}$

(b) (2 pts)  $\sum_{k=2}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{k^2}\right)^{k^3}$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = (\log(1+2x))^3.$$

- (a) (3 pts) Calcolare con la definizione la derivata di  $f$  in  $x_0 = 1$  (senza utilizzare il teorema di de L'Hôpital).
  - (b) (1 pts) Verificare poi il risultato ottenuto tramite le usuali regole di derivazione.
4. (5 pts) Fornire la definizione di limite di successione nel caso di limite finito e infinito ( $+\infty$  e  $-\infty$ ). Fornire poi un esempio di calcolo di limite infinito con la definizione. Mostrare dove la definizione di limite non è soddisfatta per il limite (falso)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 3$ .
5. (5 pts) Enunciare i teoremi di Lagrange e di Rolle. Dimostrare uno dei due (non come corollario dell'altro).