

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_ Corso di studi \_\_\_\_\_

1. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2x + 2 - 4\sqrt{x}}.$$

- (a) (3 pts) Determinare il campo di esistenza, il segno e gli eventuali asintoti di  $f$ .
- (b) (1 pts) Studiare il crescere ed il decrescere di  $f$ .
- (c) (1 pts) Determinare una espressione asintotica per la funzione per  $x \rightarrow +\infty$  e discutere la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_{10}^{+\infty} f(x) dx.$$

- (d) (1 pts) Sulla base delle informazioni ottenute nei punti a) e b) tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .

2. Determinare il carattere (convergenza semplice e/o assoluta) delle serie seguenti

(a) (2 pts)  $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k-2}{k^2+k+1}$

(b) (2 pts)  $\sum_{k=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)^{k^5}$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = (\log(4x - 1))^3.$$

- (a) (3 pts) Calcolare con la definizione la derivata di  $f$  in  $x_0 = 1$  (senza utilizzare il teorema di de L'Hôpital).
  - (b) (1 pts) Verificare poi il risultato ottenuto tramite le usuali regole di derivazione.
4. (5 pts) Fornire la definizione di maggiorante, minorante, massimo, minimo, estremo superiore ed estremo inferiore per un insieme  $A$  di numeri reali. Per ogni definizione fornire anche un esempio.
5. (5 pts) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.