

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Calcolare il seguenti limiti:

(a) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - \sin(n^4 + \log(n))}{\sqrt{n^6 + n^2} - n^2}$$

(b) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(e^{\frac{n+2}{n-2}} - e \right)$$

2. (a) (2 pt.) Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-(n^2)} n!$$

(b) (2 pt.) Utilizzando la definizione, stabilire se il seguente integrale generalizzato converge ed in caso affermativo determinarne il valore.

$$\int_1^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{|x|^3 - x^2 + x}.$$

(a) (2 pt.) Determinare il campo di esistenza e gli zeri.

(b) (2 pt.) Determinare (se esistono) eventuali asintoti obliqui.

(c) (2 pt.) Determinare il polinomio di Taylor di f di grado 2 centrato in $x_0 = 1$ e scrivere poi la formula di Taylor del secondo ordine centrata in $x_0 = 1$ con resto di Peano.

4. (5 pt.) Enunciare i teoremi sulla derivata della funzione integrale e il teorema fondamentale del calcolo. Dimostrare poi il teorema fondamentale del calcolo.

5. (5 pt.) Fornire la definizione di limite di successione nel caso di limite finito e infinito (sia $+\infty$ che $-\infty$). Verificare con la definizione che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$.