

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_ Corso di studi \_\_\_\_\_

1. Calcolare il seguenti limiti:

(a) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - \log(n^4 + \log(n))}{n^2 + \sin(n)}$$

(b) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left( \log \left( 2 + \frac{1}{n} \right) - \log 2 \right)$$

2. (a) (2 pt.) Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{2n}}{n!}$$

(b) (2 pt.) Utilizzando la definizione, stabilire se il seguente integrale generalizzato converge ed in caso affermativo determinarne il valore.

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x)}{x^2} dx$$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x - |x|^3}.$$

(a) (2 pt.) Determinare il campo di esistenza e gli zeri.

(b) (2 pt.) Determinare (se esistono) eventuali asintoti obliqui.

(c) (2 pt.) Determinare il polinomio di Taylor di  $f$  di grado 2 centrato in  $x_0 = 1$  e scrivere poi la formula di Taylor del secondo ordine centrata in  $x_0 = 1$  con resto di Peano.

4. (5 pt.) Enunciare il teorema sulla derivata di somma, prodotto e quoziente di funzioni derivabili. Dimostrare poi la formula di derivazione del prodotto.

5. (5 pt.) Enunciare il teorema del confronto per successioni convergenti. Utilizzando tale teorema determinare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos(e^n)}{n}.$$