

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Calcolare il seguenti limiti:

(a) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^4 - n^2} + \sin(n + \sqrt{n})}{n + \log(\sqrt{n})}$$

(b) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\sqrt{4 + \frac{1}{n}} - 2 \right)$$

2. (a) (2 pt.) Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{(3n)!}$$

(b) (2 pt.) Utilizzando la definizione, stabilire se il seguente integrale generalizzato converge ed in caso affermativo determinarne il valore.

$$\int_0^1 (2 + x^2) \log(x) dx$$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{|x|^3 + x^2 - x}.$$

(a) (2 pt.) Determinare il campo di esistenza e gli zeri.

(b) (2 pt.) Determinare (se esistono) eventuali asintoti obliqui.

(c) (2 pt.) Determinare il polinomio di Taylor di f di grado 2 centrato in $x_0 = 1$ e scrivere poi la formula di Taylor del secondo ordine centrata in $x_0 = 1$ con resto di Peano.

4. (5 pt.) Enunciare i teoremi degli zeri, di Weierstrass e dei valori intermedi. Dimostrare poi il teorema dei valori intermedi.

5. (5 pt.) Fornire la definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo. Descrivere poi analiticamente i vari casi di discontinuità fornendo anche per ciascuno un esempio illustrativo.