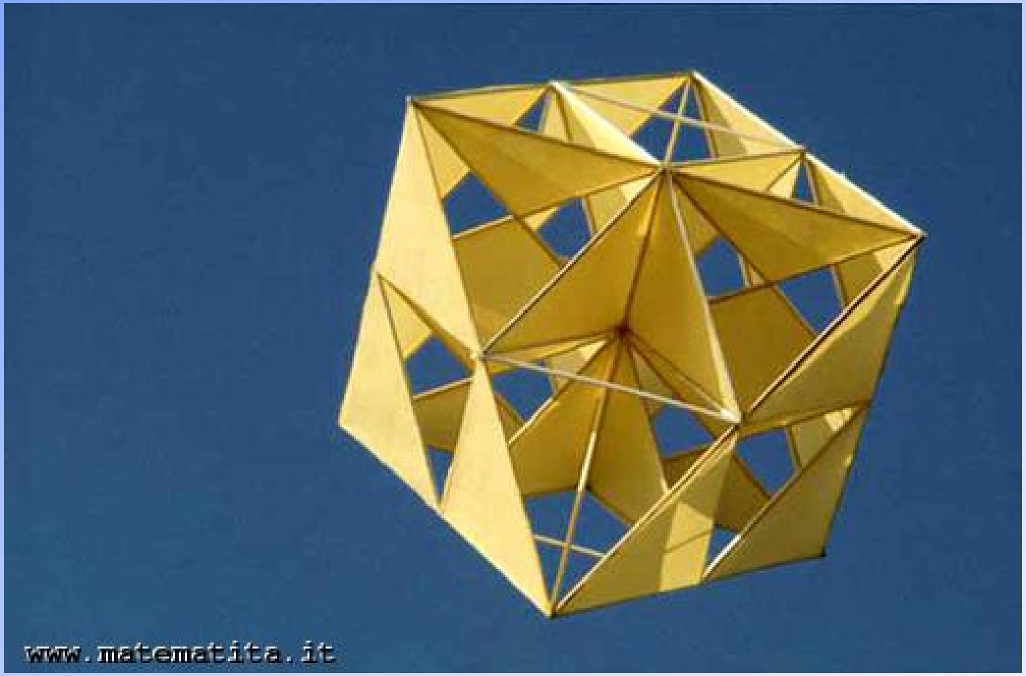
Incontro-dibattito sul tema

La didattica laboratoriale della Geometria



Summer School – la matematica incontra l'arte e la tecnologia
San Pellegrino Terme, 9 settembre 2015
Maria Dedò

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Qualche domanda:

- Che cosa vi aspettate che i ragazzi sappiano (di geometria) dal segmento di scuola precedente? Che cosa pensate che dovrebbero sapere?

- È opportuno/necessario far imparare dimostrazioni? Quali dimostrazioni? Quante? Quando: in che classi? a che livello di maturità dei ragazzi? solo per il liceo scientifico o anche in altre scuole? In che modo: cosa vogliamo che i ragazzi ricordino?

- Quanto occorre insistere sul rigore (delle definizioni, del linguaggio, delle dimostrazioni)?

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Qualche citazione:

*Noi pensiamo in termini geometrici e buona parte della matematica è espressa con linguaggio geometrico. L'intuizione geometrica guida i nostri pensieri e suggerisce nuovi risultati. … **Noi usiamo la geometria soprattutto come modo di pensare.** Noi dipendiamo in modo determinante dal senso della vista e siamo capaci di trasformare spunti importanti in "diagrammi geometrici". Ci sono altri modi importanti di pensare: pensare per assiomi, per algoritmi, in termini combinatorici, in termini statistici.*

F. Engel

*Particolarmente importante è il **modo di pensare geometricamente**, cioè … saper pensare e sapersi esprimere in linguaggio geometrico …*

V. Checcucci

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

… L'insegnamento che tenta di semplificare l'apprendimento puntando sull'acquisizione dei concetti per gradini isolati ***non aiuta, ma pone barriere*** *sulla strada degli alunni.*

Associazione insegnanti di matematica inglesi

La capacità di studiare, comprendere e impadronirsi degli argomenti in ambito matematico è simile, sotto certi aspetti, al saper ***nuotare o andare in bicicletta****, due abilità che non possono essere raggiunte stando fermi.*

H.S.M. Coxeter

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

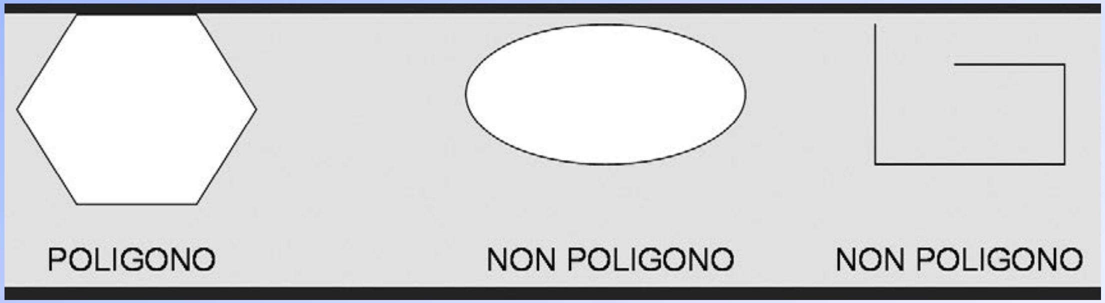
The natural reaction, when someone is having trouble understanding what you are explaining, is to ***break up the explanation into smaller pieces and explain the pieces one by one.*** *This tends not to work, so you back up even further and fill in even more details.*
But ***human minds do not work like computers****: it is harder, not easier, to understand something broken down into all the precise little rules than to grasp it as a whole. …*
Studying mathematics one rule at a time is like studying a language by first memorizing the vocabulary *and the detailed linguistic rules, then building phrases and sentences, and only afterwards learning to read, write, and converse. Native speakers of a language are not aware of the linguistic rules: they assimilate the language by focusing on a higher level, and absorbing the rules and patterns subconsciously.*
The rules and patterns are much harder for people to learn explicitly than is the language itself. In fact, the tremendous and so far unsuccessful attempts to teach languages to computers demonstrate that nobody can yet describe a language adequately by precise rules.

W. P. Thurston

Qualche spunto:

Che cos’è un poligono?

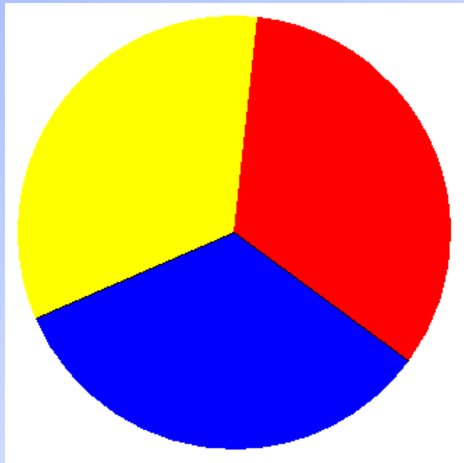
Va bene questa immagine (trovata in rete) come definizione di ‘’poligono’’?

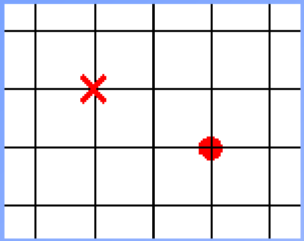


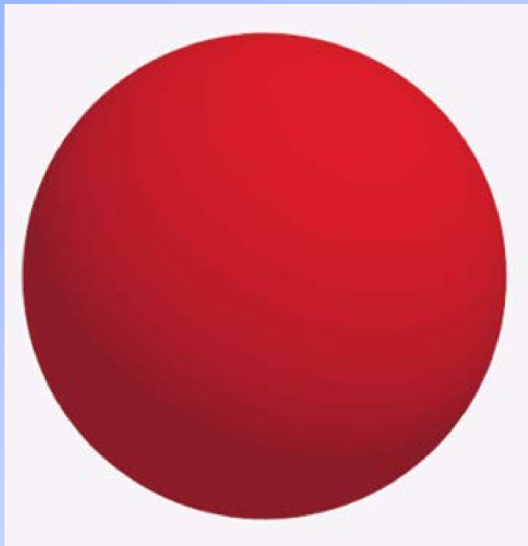
Per usare degli esempi al posto di una definizione, questi devono essere TANTI e pensati in modo tale da far comparire tutte le possibili ambiguità o criticità.

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l’apprendimento informale della matematica

Che cos'è un punto?



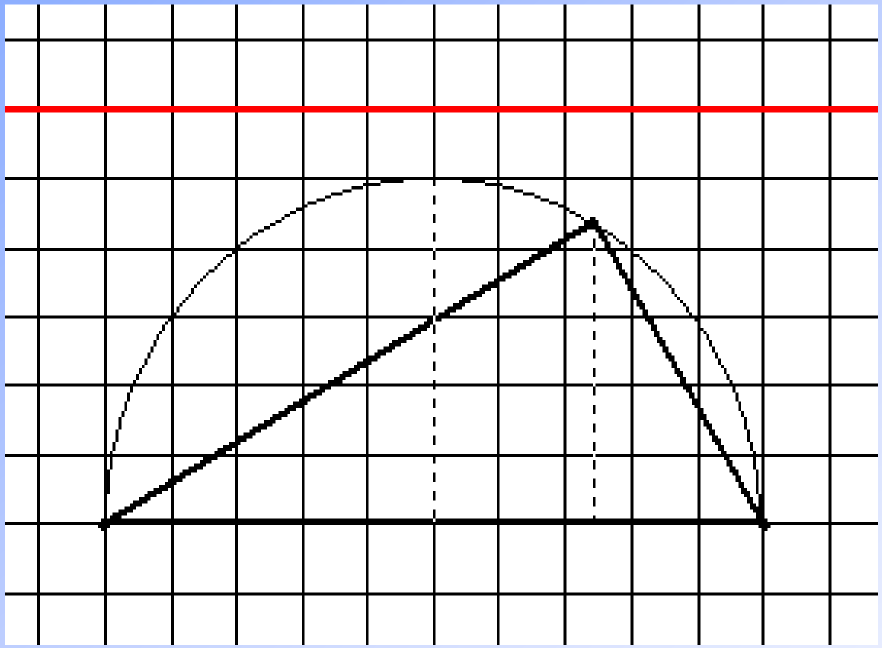




matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

No alla applicazione meccanica di formule

Un problema standard in una scuola americana: l'ipotenusa di un triangolo rettangolo è di 10 cm e l'altezza relativa all'ipotenusa di 6 cm; trovare l'area del triangolo. Gli studenti hanno affrontato questo problema per più di un decennio (trovando 30 cm^2 come risposta). Ma gli studenti russi arrivati da Mosca non sono riusciti a risolverlo come i loro colleghi americani. Perché?

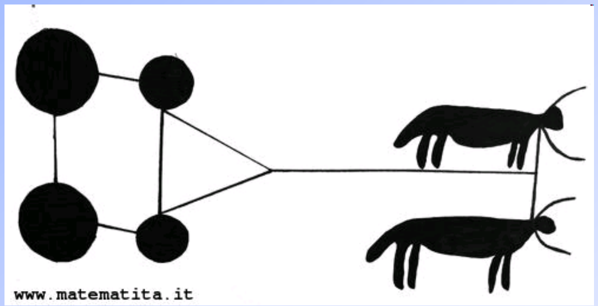


Da V.I. Arnold, *Problems for children from 5 to 15*
http://imaginary.org/

Che cos’è la ’’forma”?

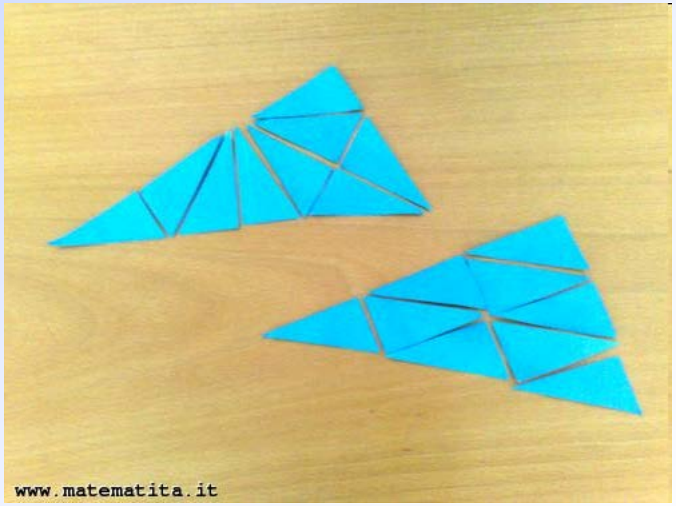
Che cos’è la ’’similitudine”?

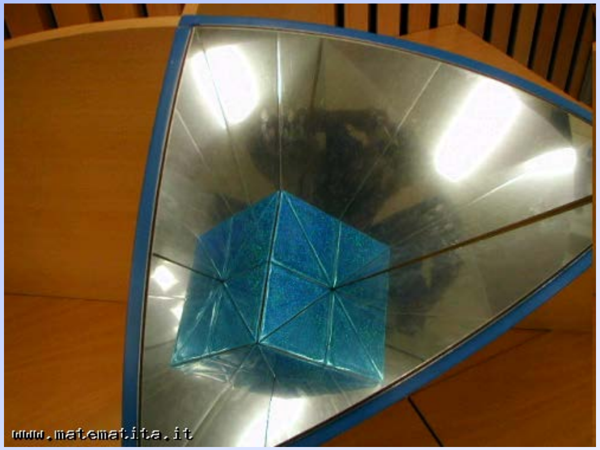
Nei nostri laboratori sulla similitudine i ragazzi sembrano non collegare la nozione di similitudine al fatto di “avere la stessa forma”.



matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l’apprendimento informale della matematica

la similitudine non sono solo i triangoli simili!

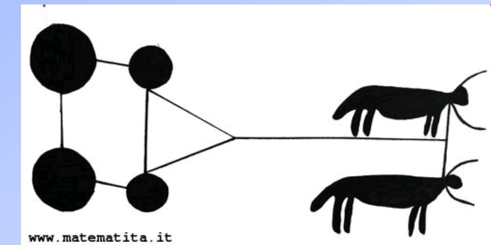


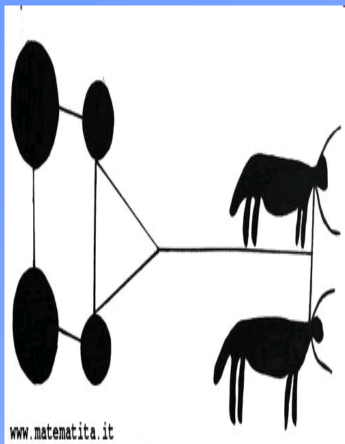


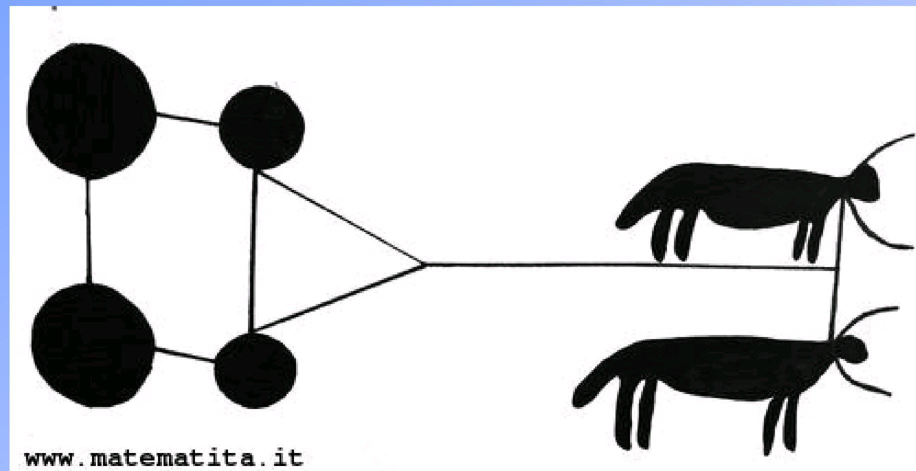
matematita

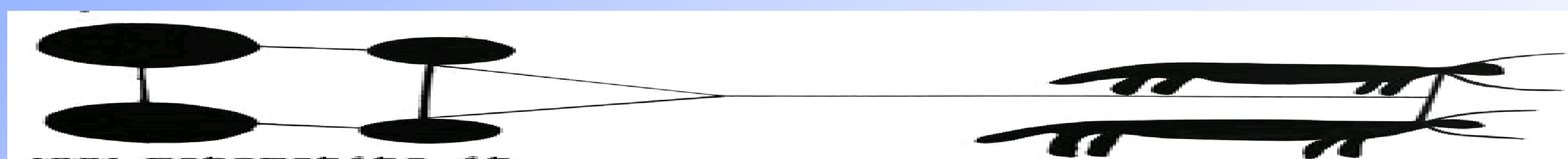
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

C’è una cesura tra formale e informale!









Perché non sfruttare sistematicamente le cose **che i ragazzi già sanno fare** (magari meglio di noi)?

Cercare legami con la “realtà” significa anche recuperare le cose che i ragazzi **già sanno fare**

il linguaggio

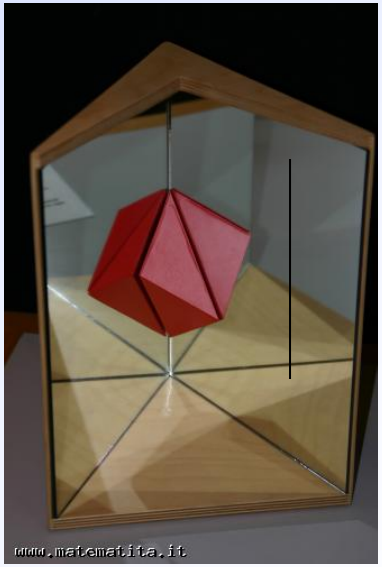
"perché OSSO non si riflette uguale, mentre OTTO sì?"
"perché la S guarda di lato, mentre la T ti guarda dritta".

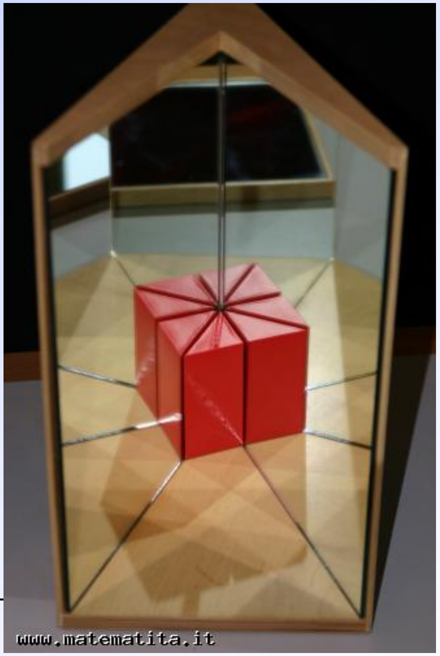
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

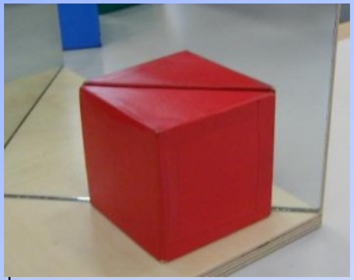
I bambini non avevano alcuna preconoscenza di geometria e non avevano un linguaggio impostato, interessante è stato proprio osservare come comunicavano… ***sembravano capire cosa stesse accadendo, più di ragazzi più grandi****. Hanno capito subito come si ottenevano le porzioni di cubo per poi riflettere, anche se non conoscendo le frazioni dicevano ad un "metà della metà", "metà della metà della metà" che, però, sottointendeva una maggior comprensione del processo di ottenimento del pezzo.*

e questo?

metà della metà





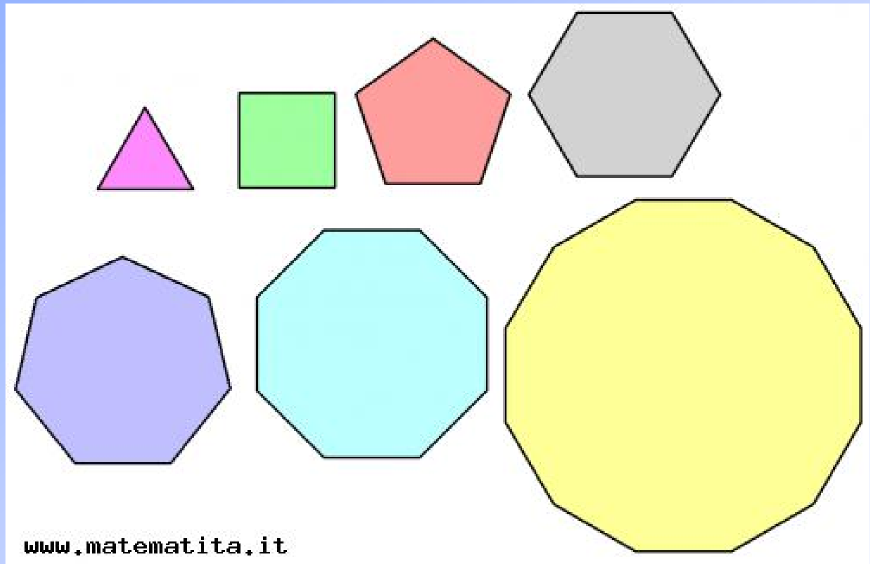


metà

metà della metà della metà

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

*Mi piacerebbe capire un po' di più perché per un bambino di sette anni è quasi ovvio che un mezzo + un mezzo è uno, mentre se lo chiedo a bruciapelo ad un mio ragazzo delle superiori in genere è un quarto, spesso due quarti, a volte 3 …. quasi mai la risposta è 1, tutt'al più si mettono a "fare i passaggi", esce due fratto due che è 1. **Che cosa si è perso negli anni scolastici?** E' vero che i miei ragazzi sono del professionale (mi illudo che allo scientifico questo non accada), ma esistono anche loro.*



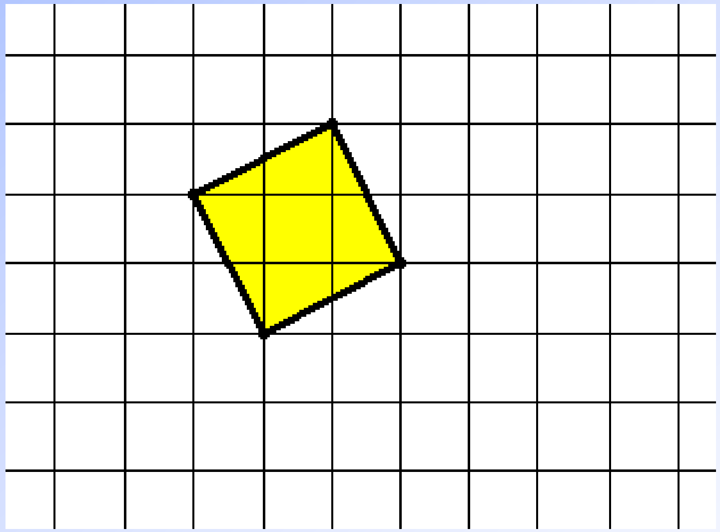
… mi oppongo all'uso prematuro del linguaggio matematico, all'uso del suo formalismo da prodotto finito, che fa sembrare la matematica una cosa del tutto nuova, anziché già nota al bambino. In quel modo noi impediamo al bambino di rendersi conto che egli ha sempre pensato in termini di matematica, ***col risultato di non fargli avere più fiducia nelle proprie capacità di capire***

J. S. Bruner

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

*… se lo studente viene obbligato a **controllare ogni banalità**, per lui più ovvia e chiara, attraverso rigorosi e ormai classici passaggi costituenti prove formali, egli si forma l'idea che questo e soltanto questo sia realmente la matematica ed inevitabilmente arriva alla conclusione che la matematica non è cosa per lui.*

J. S. Bruner



matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

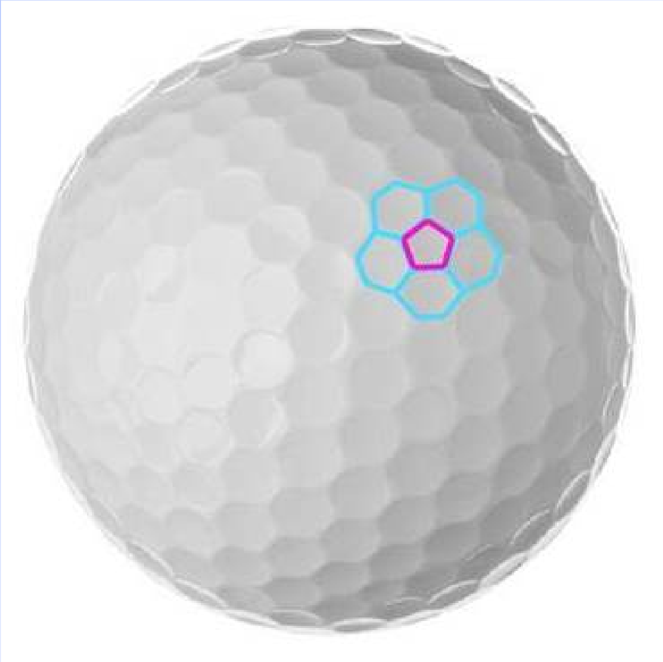
Quali dimostrazioni?

Esempi: conseguenze “curiose” e significative della relazione di Eulero che si prestano a piccole dimostrazioni

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Quanti esagoni ci sono in un pallone da calcio? *Non lo so*

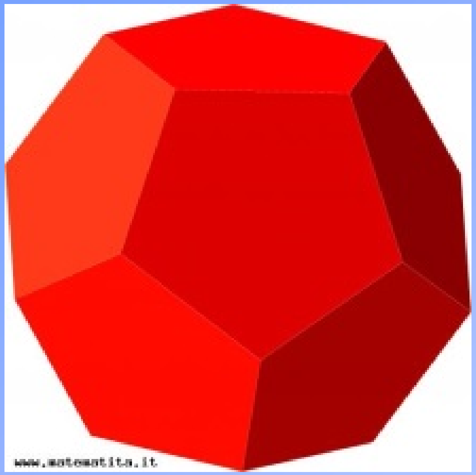
Quanti pentagoni ci sono in un pallone da calcio? 12



Quanti esagoni ci sono in una pallina da golf? *Non lo so*

Quanti pentagoni ci sono in una pallina da golf? 12

Se le facce di un poliedro sono solo pentagoni e esagoni e in ogni vertice ne arrivano esattamente tre, allora il numero dei pentagoni è **12**



***k* = 0**

***k* = 20**

NB Per qualunque intero *k*, diverso da 1, esiste un poliedro di questo tipo con 12 pentagoni e *k* esagoni

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Se le facce di un poliedro sono solo pentagoni e esagoni e in ogni vertice ne arrivano esattamente tre, allora il numero dei pentagoni è 12

$F = P+E$

$3V = 2S$

$6P+6E = 6F = 6S-6V+12 = 2S+12$

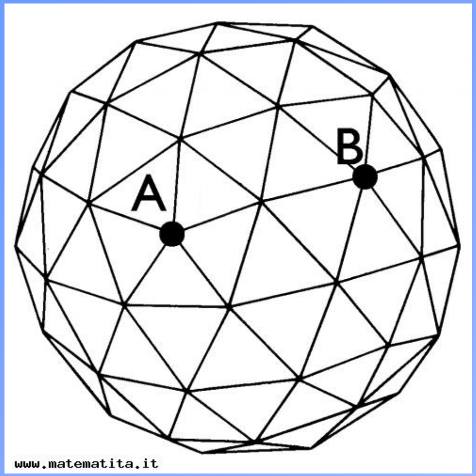
$V-S+F = 2$

$5P+6E = 2S$

$6P+6E = 2S +12$

$P = 12$

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

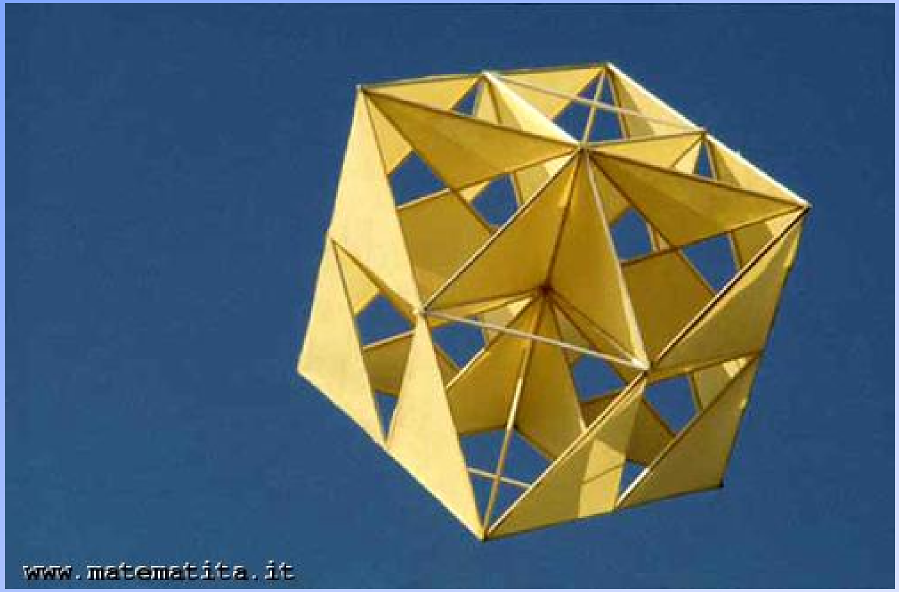


Dualmente…

Se in un poliedro tutte le facce sono triangoli e in ogni vertice ne arrivano o 5 oppure 6, allora il numero dei vertici in cui ne arrivano 5 è 12.

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

È molto diverso dimostrare una cosa di questo tipo rispetto a dimostrare che gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono uguali fra loro!



Una dimostrazione **non serve assolutamente a nulla**, se non si è prima creata **l'esigenza** che qualcosa **debba** essere dimostrato!

*Only **non interesting** problems might be formulated unambiguously and can be solved completely*

Henri Poincaré

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Dalle indicazioni per i licei:

Il primo biennio avrà come obiettivo la conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Verrà chiarita l'importanza e il significato dei concetti di postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione, con particolare riguardo al fatto che, a partire dagli Elementi di Euclide, essi hanno permeato lo sviluppo della matematica occidentale. In coerenza con il modo con cui si è presentato storicamente, l'approccio euclideo non sarà ridotto a una formulazione puramente assiomatica.

In sintesi, l'indicazione principale è: pochi concetti e metodi fondamentali, acquisiti in profondità.

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica