

Problem solving con la Geometria origami
Laboratorio della Summer School
di San Pellegrino Terme 7-8-9 Settembre 2015

Attività 1 : Prime pieghe e primi assiomi della geometria origami

Scheda documentazione

Attività 1: Prime pieghe e primi assiomi della geometria origami

Introduzione alla geometria origami: piegare tre volte un foglio di carta ed ottenere un rombo.

Con la prima piega si ottiene una retta, ripiegandola su se stessa si ottiene una retta perpendicolare alla prima, tracciando una terza piega, che intersechi le prime due, si ottiene un triangolo rettangolo. Riaprendo il foglio si osserva che le pieghe formano un rombo.

Le due prime pieghe realizzano le diagonali del rombo, la terza i suoi quattro lati uguali.

Se le due prime pieghe non sono perpendicolari (se cioè la seconda piega non si ottiene ripiegando la prima su se stessa) si può ottenere un deltoide.

I L'assunto fondamentale della geometria origami e i primi quattro assiomi

Le pieghe ottenute piegando la carta sono rettilinee !!!!

- a. se consideriamo il foglio come modello di piano, una piega è retta in quanto intersezione di due piani;
- b. una piega ottenuta piegando un foglio si sovrappone punto per punto ad un altro foglio (la retta giace sul piano);
- c. tre pieghe, ottenute piegando tre fogli distinti, possono essere accostate l'una a ciascuna delle altre facendole coincidere punto a punto;
- d. la sovrapposizione di due pieghe non coincidenti dà luogo ad un punto.

Queste osservazioni conducono ad enunciare l'assunto fondamentale della geometria origami:
"La traccia di una piega è - limitatamente al foglio, considerato piano - una retta. Il punto è l'intersezione di due pieghe."

Anche le tracce di pieghe ottenute appallottolando la carta o avvolgendola attorno al collo di una bottiglia sono rettilinee? Perché le pieghe della carta sono sempre rettilinee?

- La carta è resistente alla trazione, ma poco resistente al taglio e alla flessione.
- La scarsa resistenza alla flessione è la causa del fatto che le pieghe risultano rettilinee.
- Flettendo un foglio di carta si ottiene, nella zona interessata dalla flessione, una superficie cilindrica cioè una superficie costituita da rette. Flettendo sempre di più la superficie cilindrica assume un raggio sempre minore e via via tende a ridursi ad una retta, ad una piega rettilinea.

A1. Tracciare le pieghe diagonali del quadrilatero.

Costruzione riconducibile al primo assioma della geometria origami (retta per due punti)

"Dati due punti esiste un'unica piegatura che passi per entrambi"

A2. Individuare, tracciando opportune pieghe, il circocentro di un triangolo.

Costruzione riconducibile al secondo assioma (asse del segmento)

“Dati due punti esiste un'unica piegatura che porti l'uno sull'altro”.

A3. Individuare, tracciando opportune pieghe, l'incentro di un triangolo.

Costruzione riconducibile al terzo assioma (bisettrice di un angolo)

“Date due pieghe, esiste sempre una piegatura che porti l'una sull'altra”.

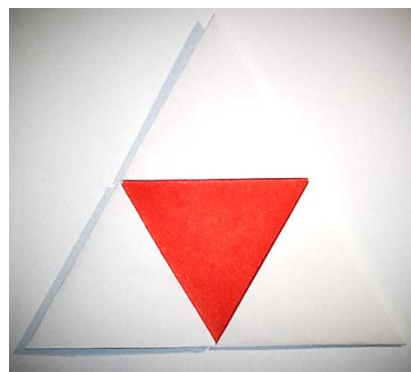
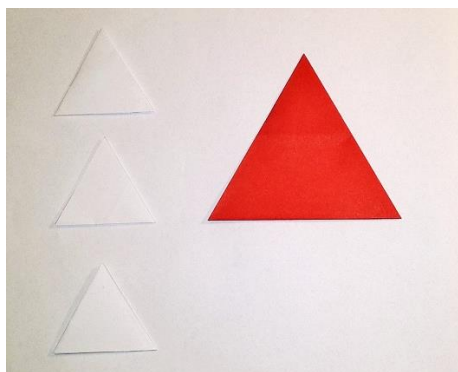
A4. Tracciare la piega altezza relativa ad uno dei lati di un triangolo.

Costruzione riconducibile al quarto assioma (perpendicolare da un punto ad una retta).

“Dati un punto e una piega, esiste un'unica piegatura perpendicolare alla piega che passi per il punto”.

II Come costruire triangoli equilateri da un foglio rettangolare, il quinto assioma.

- Da una striscia rettangolare (foglio 1 x 2) costruire un triangolo equilatero.
- Da tre strisce (fogli $\frac{1}{2} \times 1$), un quarto del precedente foglio, costruire tre triangoli equilateri uguali pari ad un quarto del triangolo equilatero.
- Inserire i tre vertici del triangolo equilatero grande nei tre triangoli equilateri piccoli ottenendo la sua divisione in quattro triangoli equilateri uguali.



Lavoro di gruppo:

Descrivere in termini di geometria origami la procedura che porta a costruire un angolo di 60°.

Considerati due punti (o i vertici del bordo di minor lunghezza di un foglio rettangolare) tracciare l'asse del segmento avente per estremi i due punti.

Sovrapporre uno dei punti della piega alla piega asse tenendo fisso l'altro punto.

La piega così ottenuta forma un angolo di 60° con la piega asse.

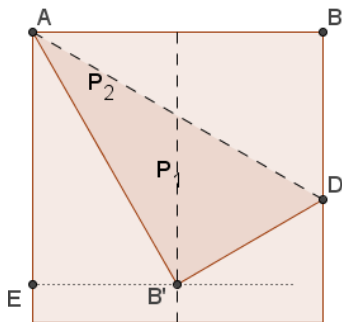
A5 La procedura utilizzata per ottenere angoli di 30° e 60° deriva dal quinto assioma della geometria origami che, più in generale, afferma:

“Dati due punti e una piega se esiste una piegatura che tenendo fisso uno dei punti porta l'altro sulla piega assegnata è possibile costruirla”.

Enunciato che nel linguaggio della geometria delle trasformazioni diventa:

Dati due punti A e B e una retta r, se esiste una simmetria assiale di asse passante per A che porti B sulla retta r è possibile realizzarla.

- Perché la costruzione conduce alla costruzione di un angolo di 60° ?



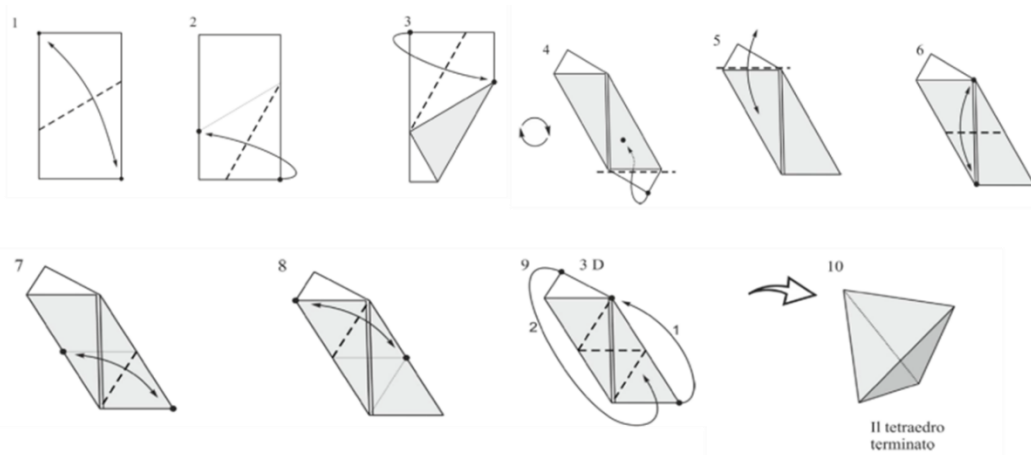
Portando il punto B sull'asse di AB, tenendo fisso A, si forma il triangolo AB'E rettangolo in B' e avente un cateto pari a metà dell'ipotenusa $EB' = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AB'$.

AB'E è quindi un triangolo rettangolo con angoli acuti di 30° e 60° cioè la metà di un triangolo equilatero.

Da notare che con la costruzione si ottiene la trisezione di un angolo retto: $\widehat{EAB'} = \frac{1}{3} \widehat{EAB}$.

III Quattro triangoli equilateri con un foglio unico.

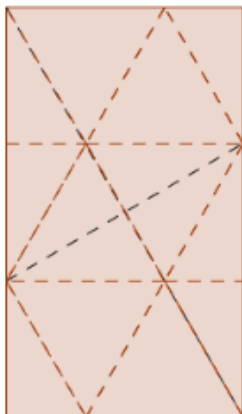
Costruzione guidata



Il modello realizzato è un tetraedro regolare.

Lavoro di gruppo

- Analizzando il crease pattern del modello provate ad individuare il formato del foglio rettangolare da cui si è partiti per realizzare il modello.



Il foglio rettangolare è diviso dalle pieghe in 6 triangoli equilateri e 6 triangoli rettangoli metà degli stessi triangoli equilateri.

Il lato corto del foglio è $a = \frac{3}{2} l$, con l lato del triangolo equilatero, mentre il lato lungo è $b = 3h$, con h altezza del triangolo equilatero.

Essendo $\frac{h}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ si ottiene $\frac{b}{a} = \sqrt{3}$.

Il foglio dal quale si è ottenuto il tetraedro regolare è di formato $1 \times \sqrt{3}$.