

Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Scrivere la più semplice successione asintotica alla seguente, scrivendo tutti i passaggi:

$$a_n = (n + 2)^2 (\log(n^2 - 1) - \log(n^2 + 1)) \left(\cos \left(\frac{1}{n^2} \right) - 1 \right).$$

2. Studiare la convergenza (semplice e assoluta) delle serie seguenti, calcolandone la somma quando possibile.

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(1 + \frac{2}{n^3}\right)^{\frac{2}{3}} - 1}{\sin\left(\frac{1}{n^2}\right)}$$

$$(b) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{2n}}{4^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+2)!}{5^{n+1}}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 3n + 2}$$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 2}.$$

- Determinare il comportamento della funzione agli estremi del suo dominio e determinare eventuali asintoti.
- Determinare gli estremi locali e globali della funzione e studiare la sua monotonia, scrivendo gli intervalli in cui è crescente e quelli in cui è decrescente.
- Studiare la convessità di $f(x)$, indicando i punti di flesso.
- Dopo aver studiato il segno della funzione, tracciarne un grafico qualitativo.

4. a. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx.$$

b. Stabilire se il seguente integrale è definito o generalizzato. Se definito, calcolarlo. Se generalizzato, calcolarlo usando la definizione:

$$\int_1^{\frac{3}{2}} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx.$$