Università degli Studi di Bergamo — Scuola di Ingegneria
Analisi Matematica I — 15 Giugno 2022

Parte A

Cognome e Nome ______________________________ Matr. ____________

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Studiare la convergenza (semplice e assoluta) delle serie seguenti, calcolandone la somma quando possibile:

$$(a)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(n)}{n}$$

$$(b)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\left(1+\frac{1}{n^3}\right)^2 - 1\right)$$

$$(c)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}$$

$$(d)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{e^n}$$

2. Scrivere la più semplice successione asintotica alla seguente, scrivendo tutti i passaggi:

$$a_n = (n+3)!\,(\log(n-1) - \log(n+1))\,(e^{\frac{n^2+n}{n^2+1}} - e)\frac{1}{n!}.$$

3. Si considerino i seguenti integrali:

$$I = \int_2^3 \frac{1}{x\sqrt{x-2}}dx \qquad II = \int_3^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-2}}dx.$$

Stabilire per ciascuno di essi se è definito o generalizzato. Se definito, calcolarlo. Se generalizzato, studiarne la convergenza e, in caso converga, calcolarlo usando la definizione.

4. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{e^{2x} - 1}.$$

a. Determinare i suoi eventuali asintoti.

b. Studiare la sua monotonia, scrivendo gli intervalli in cui è crescente e quelli in cui è decrescente. Studiare gli eventuali **punti di non derivabilità**.

c. Studiare la convessità di $f(x)$, scrivendo gli intervalli in cui è convessa e quelli in cui è concava e indicando i punti di flesso.

d. Dopo aver studiato il segno della funzione, tracciarne un grafico qualitativo.