

Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Siano date le seguenti successioni:

$$a_n = n^3 \left(e^{\frac{n+1}{n-1}} - e^{\frac{n-1}{n+1}} \right), \quad b_n = \log(ne^{n+1}), \quad c_n = e^{\log(n \log n)}.$$

- Per ciascuna delle successioni precedenti, determinare la successione asintotica più semplice possibile;
- verificare che ognuna delle successioni trovate è un infinito;
- disporre le successioni trovate in ordine crescente di infinito, giustificando la disposizione ottenuta calcolando opportuni limiti di quozienti.

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x \log(x)}{\log(x) - 2}.$$

Studiare l'insieme di definizione della funzione, il segno, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo e di minimo locali e globali. Non è richiesto lo studio della convessità e concavità. Disegnare poi un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Si consideri la serie seguente dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\left(\frac{n+1}{n} \right)^\alpha - 1 \right).$$

- Studiare la convergenza semplice ed assoluta nei tre casi $\alpha = \frac{3}{2}$, $\alpha = -\frac{3}{2}$, $\alpha = 0$.
- Studiare la convergenza semplice ed assoluta per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. Calcolare

$$A = \int e^{2x} \sin(3x) dx$$

$$B = \int_{-1}^1 \sin(x) \log(1+x^2) dx$$