

**Parte A**

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

**Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti**

1. Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n n}{n \log(n) + \sin(n)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{x}} - 1}{\sqrt[3]{x}}$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{x}.$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo e di minimo locali e globali, concavità e convessità, eventuali punti di flesso. Disegnare poi un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute, prestando particolare attenzione al comportamento nell'intorno di  $x = 0$ .

3. Studiare la convergenza semplice e assoluta delle serie seguenti:

$$A = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{2^n n!}$$
$$B = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n)}{2^n n!}$$

4. Si consideri il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Stabilire il carattere dell'integrale utilizzando un opportuno criterio di convergenza e, nel caso in cui converga, calcolarlo mediante la definizione.