

Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Determinare i seguenti integrali indefiniti:

$$A = \int \sin^2 x \, dx, \quad B = \int (\cos x)^3 (\sin x)^2 \, dx$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = x^2 e^{\frac{1}{\log x}}.$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo locali. Non è richiesto lo studio della convessità. Inoltre

- determinare il comportamento asintotico di f a $+\infty$.
- esistono punti di massimo e di minimo assoluti?
- disegnare un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Si consideri la serie seguente

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n + \sqrt{n})^{\frac{3}{2}} - n^{\frac{3}{2}}}{n^2}.$$

Stabilire se è verificata la condizione necessaria per la convergenza della serie e determinare il carattere della serie.

4. Determinare la più semplice funzione asintotica per $x \rightarrow +\infty$ a

$$f(x) = \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x \log(e^x + x^2)$$

Mostrare poi che

$$\left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x \log(e^x + x^2) = o(x^2), \quad x \rightarrow +\infty.$$